

ARTHUR TEIXEIRA MENDES

**FERRAMENTAS DE GESTÃO DA ESTRUTURA A
TERMO DA TAXA DE JUROS NO BRASIL**

Trabalho de Formatura apresentado à
Escola Politécnica da Universidade de
São Paulo para obtenção de Diploma
de Engenheiro de Produção.

**São Paulo
2010**

ARTHUR TEIXEIRA MENDES

**FERRAMENTAS DE GESTÃO DA ESTRUTURA A
TERMO DA TAXA DE JUROS NO BRASIL**

Trabalho de Formatura apresentado à
Escola Politécnica da Universidade de
São Paulo para obtenção de Diploma
de Engenheiro de Produção.

Orientador: João Furtado

**São Paulo
2010**

FICHA CATALOGRÁFICA

Mendes, Arthur Teixeira

Ferramentas de gestão da estrutura a termo da taxa de juros no Brasil / A.T. Mendes. -- São Paulo, 2010. 119p.

Trabalho de Formatura - Escola Politécnica da Universidade de São Paulo. Departamento de Engenharia de Produção.

1. Matemática financeira 2. Algoritmos 3. Derivativos 4. Fundo de renda fixa – Brasil 5. Taxa de juros I. Universidade de São Paulo. Escola Politécnica. Departamento de Engenharia de Produção II. t.

AGRADECIMENTOS

Ao meu orientador, João Furtado, por seu apoio e interesse na elaboração desse trabalho.

Ao Tulio Ribeiro e à toda Lanx Capital, pelo apoio e pela inestimável ajuda nos momentos mais difíceis da concepção e realização deste trabalho.

À minha família, minha namorada e todos aqueles que me ajudaram e me deram forças para superar mais uma importante etapa na minha vida.

RESUMO

O presente trabalho de formatura tem como objetivo analisar e formular ferramentas que possibilitem a gestão de instrumentos com exposição à Estrutura a Termo da Taxa Juros - ETTJ. Após uma breve revisão de todos os conceitos básicos que serão utilizados neste trabalho, são apresentadas teorias que procuram explicar a relação taxa de juros e maturidade, estabelecendo uma ETTJ brasileira. Neste trabalho também são expostos métodos de como obter a representação gráfica da ETTJ através de ferramentas que interpolam a curva através dos vértices fornecidos.

Finalmente, utilizando os conceitos trabalhados são apresentados métodos e algoritmos que possibilitem uma análise das expectativas de mercado acerca das mudanças nas taxas de juros de curto prazo.

A utilização dos algoritmos e modelos formulados para tanto as expectativas fornecidas pelos contratos futuros de DI negociados na Bolsa de Mercadorias & Futuros como para as expectativas fornecidas pelo Relatório FOCUS do Banco Central brasileiro tiveram resultados muito bons, com grande aderência à realidade brasileira.

ABSTRACT

The present graduation paper aims at analyzing the creation and formulation of tools that enable the management of securities exposed to Term Structure of Interest Rates risk. After a brief review of all the basic concepts that are used throughout the paper, theories that seek to explain the interest rate / maturity relation are presented, establishing a Brazilian Term Structure of Interest Rates. Also, methods for obtaining the graphic representation of the Term Structure of Interest Rates are exposed further in the text, using interpolation of the given vertices.

Finally, making use of the presented concepts, methods and algorithms that enable a market expectation analysis about the changes in the short term interest rates are introduced.

The application of the formulated models and algorithms for the expectations supplied by the Interbank Deposits future contracts negotiated at BM&F and the expectations supplied by the BACEN FOCUS Report, both had very positive results, with great adherence to the Brazilian reality.

LISTA DE FIGURAS

Figura 1 – Diferencial da Paridade Coberta de Juros	41
Figura 2 – Dólar Futuro (Linhas mais claras) e Dólar Spot (Linha mais escura).....	43
Figura 3 – Inflação no Brasil - Títulos Públicos Indexados ao IGPM.	56
Figura 4 – Estrutura a Termo da Taxa de Juros para 6 de Junho de 2009.....	59
Figura 5 – Comparação Interpolação Polinômio Linear e Cúbico	61
Figura 6 – Comparação Interpolação de <i>Splines</i> Lineares e Cúbicos.....	62
Figura 7 – CDI, SELIC e Descolamento	75
Figura 8 – Comparativo de Volume Financeiro Médio Mensal no Mercado Secundário de Títulos Públicos <i>versus</i> Mercado de contratos futuros de Juros	75
Figura 9 – Árvore Binomial	81
Figura 10 – Árvore Binomial	82
Figura 11 – Contrato Futuro Agosto 2003 - Taxa de Fechamento (Ajuste).....	91

LISTA DE TABELAS

Tabela 1 – Preços LTN para 12 de junho de 2009.	58
Tabela 2 – Comparação COPOM <i>versus</i> Relatório FOCUS.....	73
Tabela 3 – Comparação COPOM <i>versus</i> Expectativa Implícita nos Contratos Futuros de DI.....	80
Tabela 4 – Comparação COPOM <i>versus</i> Expectativa Implícita Decomposta nos Contratos Futuros de DI	83
Tabela 5 - Comparação das Previsões Fornecidas	84
Tabela 6 – Análise Mercado Futuro DI em 22 de Julho de 2003.....	88
Tabela 7 - Análise Mercado Futuro DI em 293 de Novembro de 2006.....	89
Tabela 8 - Análise Mercado Futuro DI em 22 de Julho de 2003	91
Tabela 9 – Resultado do Algoritmo	93
Tabela 10 – Comparação da Utilização das diferentes Expectativas no Algoritmo.....	94
Tabela 11 – Apuração do Percentual de Previsões de Manutenção de Taxa para o Período Analisado	95
Tabela 12 – Resultado do Algoritmo Refinado.....	97
Tabela 13 – Comparação das Expectativas para o Algoritmo Refinado	98

LISTA DE QUADROS

Quadro 1- Tópicos debatidos no primeiro dia do COPOM.....	25
Quadro 2 – Exemplificando Arbitragem – Paridade Coberta de Juros	40
Quadro 3 – Resumo Posicionamento em Futuros de DI	46
Quadro 4 – Algoritmo Direcional Simples.....	87
Quadro 5 – Algoritmo Previsão.....	88
Quadro 6 – Algoritmo Final	89

LISTA DE ABREVIATURAS E SIGLAS

ANDIMA	Associação Nacional das Instituições do Mercado Financeiro
BACEN	Banco Central do Brasil
BM&F/SP	Bolsa de Mercadorias e Futuros de São Paulo
CDB	Certificado de Depósito Bancário
CDI	Certificado de Depósito Interbancário
CETIP	Central de Custódia e de Liquidação Financeiras de Títulos
COPOM	Comitê de Política Monetária
DEPEP	Departamento de Estudos e Pesquisas
DI	Depósito Interfinanceiro
ETTJ	Estrutura a Termo das Taxas de Juros
FOMC	<i>Federal Open Market Committe</i>
LIBOR	<i>London Interbank Offered Rate</i>
LTN	Letras do Tesouro Nacional
PU	Preço Unitário
SELIC	Sistema Especial de Liquidação e Custódia
SISBACEN	Sistema de Informações do Banco Central
TR	Taxa Referencial
TPF	Título Público Federal

SUMÁRIO

1	INTRODUÇÃO.....	13
1.1	INTRODUÇÃO AO TRABALHO	13
1.2	APRESENTAÇÃO DO ESTÁGIO E DA ORGANIZAÇÃO	14
2	O TEMA.....	17
3	REVISÃO BIBLIOGRÁFICA.....	19
3.1	O PODER DA TAXA DE JUROS.....	19
3.1.1	CDI e SELIC	23
3.2	COPOM.....	24
3.3	EXPRESSÃO E CAPITALIZAÇÃO DAS TAXAS DE JUROS.....	26
3.4	O FUNCIONAMENTO DO MERCADO DE RENDA FIXA	27
3.4.1	Nomenclatura e conceitos básicos.....	28
3.4.2	<i>Duration</i>	30
3.5	O FUNCIONAMENTO DO MERCADO DE DERIVATIVOS	32
3.5.1	Utilização de Derivativos	34
3.5.2	<i>Hedge</i>	34
3.5.3	Posicionamento	35
3.5.4	Exemplificando a Liquidação Financeira ou por Diferença.....	37
3.6	PARIDADE DE JUROS COBERTA E DESCOBERTA	39
3.7	RISCO PAÍS.....	41
3.8	RISCO CAMBIAL.....	42
3.9	REVISÃO SOBRE CÁLCULO DE JUROS NO BRASIL	43
3.9.1	O Contrato Futuro de DI	44
3.10	TAXA <i>FORWARD</i>	46
3.11	YIELD SPREAD.....	49
3.12	ESTRUTURA A TERMO DA TAXA DE JUROS	50
4	METODOLOGIA	56
4.1	DEFINIÇÃO DA CURVA.....	57
4.1.1	Modelos Estatísticos.....	59
4.1.2	Interpolação Exata	60
4.1.3	Interpolação Ajustada.....	65
4.1.4	Modelos Teóricos	68
5	APLICAÇÃO DA METODOLOGIA E APRESENTAÇÃO DOS RESULTADOS.....	71
5.1	RELATÓRIO FOCUS	71
5.2	UTILIZAÇÃO DE CONTRATOS FUTUROS DE DI.....	74
5.3	FORMAÇÃO DA CURVA.....	76
5.3.1	O Modelo.....	76
5.4	BASE DE DADOS UTILIZADA	79
5.4.1	Árvore Binomial.....	81
5.5	RESULTADOS OBTIDOS.....	82
6	ANÁLISE DOS RESULTADOS	85

6.1	ALGORITMO DE DECISÃO	86
6.1.1	Previsão x Decisão	86
6.2	PREMISSAS	87
6.3	APURAÇÃO DO RESULTADO	90
6.4	RESULTADO OBTIDO	92
6.5	REFINANDO O ALGORITMO	95
6.5.1	Análise do Algoritmo Refinado	98
7	CONCLUSÕES.....	101
7.1	FONTES.....	102
7.2	MODELAGEM DO ALGORITMO	103
7.2.1	Ramificações	103
7.2.2	Tomada de Decisões.....	103
7.2.3	Tamanho do Posicionamento	104
7.2.4	Preço de abertura da posição	104
7.2.5	Modelos de Arbitragem.....	105
7.3	PRAZO.....	105
7.4	CONSIDERAÇÕES FINAIS.....	106
8	REFERÊNCIAS BIBLIOGRÁFICAS	109
9	ANEXOS.....	117

INTRODUÇÃO

1 INTRODUÇÃO

1.1 INTRODUÇÃO AO TRABALHO

Este trabalho de formatura do curso de graduação de Engenharia de Produção foi desenvolvido com o intuito de auxiliar o trabalho na Mesa de Operações da área de Gestão de Fundos dentro de uma Companhia de Investimentos.

O principal objetivo deste trabalho é contribuir para o entendimento da dinâmica da estrutura a termo da taxa de juros de uma economia e modelar uma ferramenta de gestão para instrumentos que estão expostos a este risco. Isso será feito através da aplicação de diversos conceitos ensinados durante o curso de Engenharia de Produção (seleção de métodos e ferramentas adequadas, por exemplo) assim como serão assimilados conceitos de outras áreas, como economia, contabilidade e finanças.

O trabalho foi desenvolvido baseando-se na grande importância do segmento de renda fixa para o desempenho da área da empresa na qual o estágio foi realizado. O interesse do autor em relação à curva de juros futuros foi o grande fator motivador para o desenvolvimento do trabalho de formatura.

O trabalho está estruturado da seguinte forma. Primeiramente, a organização e a área no qual o trabalho foi desenvolvido são descritos sucintamente, explicitando o papel do estágio. A seguir, é apresentado o tema a ser tratado nesse trabalho assim como os principais tópicos a serem abordados ao longo do trabalho. Através de uma revisão bibliográfica são então apresentados os conceitos básicos que serão utilizados em todas as análises e modelos que estarão presentes neste trabalho.

Após a realização desta revisão bibliográfica, são apresentados diversos métodos que podem ser utilizados no entendimento da Estrutura a Termo da Taxa de Juros. Nesta parte do trabalho serão apresentados e formulados modelos e algoritmos que permitem comparar expectativas de mercado fornecidas por diferentes fontes. Em seguida, esses métodos são aplicados de forma combinada, estruturando um modelo mais adequado de gestão da ETTJ. Os resultados do trabalho são apresentados e, posteriormente, refinados.

Finalmente, após uma discussão destes resultados, chega-se à conclusão, onde é discutida a contribuição do trabalho e são sugeridos diferentes caminhos por onde os estudos realizados podem evoluir.

1.2 APRESENTAÇÃO DO ESTÁGIO E DA ORGANIZAÇÃO

A instituição em que o estágio foi realizado é uma Companhia de Investimentos chamada Lanx Capital Investimentos Ltda. A empresa é relativamente nova e foi fundada em 2005. A empresa foi fundada por ex-sócios do Banco de Investimento Garantia que posteriormente foi vendido para o Banco de Investimento *Credit Suisse First Boston*. A empresa onde o estágio foi realizado possui basicamente três áreas de atuação;

- Investimento em empresas com participação direta no controle das mesmas, através de um fundo de *Private Equity* (em parceria com o Banco de Investimento *Credit-Suisse*);
- Investimento em empresas com participação no controle das mesmas com capital próprio;
- Gestão de fundos de investimento;

O estágio foi realizado na área de **gestão de fundos de investimento**. Atualmente a área administra quatro fundos de investimentos. De acordo com a classificação proposta pela Associação Nacional dos Bancos de Investimento¹ (ANBID) os fundos se enquadram na categoria de Fundos Multimercados Macro, realizando operações em diversas classes de ativos (renda fixa, renda variável, câmbio, etc.) e definindo as estratégias de investimento baseadas em cenários macroeconômicos de médio e longo prazo, atuando de forma direcional. Essa

¹ A ANBID - Associação Nacional dos Bancos de Investimento é a principal representante das instituições que atuam no mercado de capitais brasileiro, e tem por objetivo buscar seu fortalecimento como instrumento fomentador do desenvolvimento do país. Atuando de forma inovadora, a ANBID é a única entidade de classe que, além de representar os interesses de seus associados, regula suas atividades com a adoção de normas geralmente mais rígidas do que as impostas pela legislação
Fonte: Site da ANBID

classificação dos fundos permite a realização de operações alavancadas para aumentar os retornos obtidos em seus posicionamentos.

Os fundos têm como principal objetivo a apreciação do capital em um período de longo prazo, com baixas volatilidades.

Desde que foram lançados, os fundos têm apresentado retornos muito consistentes, acima da média do mercado, sempre alcançando índices de desempenho acima dos *benchmarks* estabelecidos.

2 O TEMA

Os fundos da Lanx Capital, por sua natureza global e pela formulação de seus prospectos/regulamentos, podem e utilizam as mais diversas estratégias² para investir nos mais variados tipos de ativos e operações, com o intuito de maximizar e aumentar sua rentabilidade no longo prazo. Essa característica permite a realização de estudos e análises em áreas bem diferentes, com os instrumentos mais variados possíveis.

Este trabalho pretende focar-se apenas em **uma** das estratégias de investimento utilizadas pelos fundos, pois esta não só se mostrou bastante interessante, como historicamente representou grande parte do desempenho positivo dos fundos nos últimos anos.

Essa estratégia consiste no posicionamento e negociação da **Estrutura a Termo da Taxa de Juros no Brasil**. A formação de posições ao longo da Curva de Contratos Futuros de Depósitos Interbancários é uma das especialidades dos gestores dos fundos e, mesmo sem assumir posições direcionais relativamente grandes, apresentou retorno bastante significativo no desempenho dos fundos nos últimos anos.

O entendimento do segmento de renda fixa é um tema que exige o domínio de diversos conceitos de Macroeconomia e Economia Monetária e requer uma base sólida de conhecimentos teóricos e práticos a respeito da dinâmica do mercado de Renda Fixa e do funcionamento da Política Monetária no Brasil e em todo mundo.

O entendimento do funcionamento da dinâmica da taxa de juros no Brasil é um tópico de crucial importância para qualquer ramo de atividade no Brasil, pois, como veremos mais adiante, hoje é a taxa de juros a ferramenta principal do Banco Central brasileiro para efetivar a sua política monetária.

² Neste trabalho o conceito de estratégia é utilizado como “a maneira que os gestores do fundo optam por expor o fundo aos riscos desejados”.

É a taxa de juros também que definirá a opção de investimento a ser escolhida por diversas empresas assim como o grau de endividamento das mesmas. Será discutido nas próximas seções o poder da taxa de juros e a importância dela para a economia de um país.

Serão esses os tópicos abordados ao longo deste trabalho:

- **Taxas de Juros:** Serão discutidos brevemente os conceitos relacionados ao conceito de taxa de juros. É explicado resumidamente o surgimento da idéia dos juros assim como as principais teorias a respeito do comportamento dos juros no tempo. É também discutido como são formadas as taxas de juros no Brasil, assim como a maneira pela qual elas são geridas pelo governo brasileiro.
- **Renda Fixa:** São apresentados sucintamente os conceitos referentes ao mercado de Renda Fixa. É exemplificado o funcionamento dos principais ativos de renda fixa, assim como as formas mais usuais de capitalização dos juros.
- **Derivativos:** Ilustra-se o funcionamento do mercado de derivativo e são apresentados alguns dos derivativos mais comuns. São discutidos conceitos de liquidez, alavancagem e *Duration*.
- **A dinâmica dos juros:** É discutido como a taxa de juros de curto prazo é formada e sua relação com as outras economias. São abordados conceitos básicos a respeito da formação de uma estrutura a termo dos juros.
- **Definição da Curva:** São apresentados modelos e teorias disponíveis acerca da ETTJ. São detalhadas as características, pontos fortes e fracos que cada modelo possui para associar para determinado prazo, uma taxa de juros.
- **Modelagem:** Com os conceitos vistos nas seções anteriores é elaborado e testado um modelo de estruturação da curva de juros brasileira.
- **Algoritmo de Gestão:** É elaborado um algoritmo para gerir as expectativas de curto prazo da ETTJ. Ele é refinado algumas vezes e utilizado para diferentes expectativas fornecidas.
- **Conclusão:** São discutidos e analisados os resultados obtidos. São propostos caminhos para os quais o modelo proposto pode evoluir e são feitas as considerações finais a respeito deste trabalho.

3 REVISÃO BIBLIOGRÁFICA

Neste capítulo será discutida a importância da taxa de juros. Em seguida, serão apresentados os conceitos básicos a respeito da Estrutura a Termo das Taxas de Juros para que possam ser entendidas as análises e modelos que serão apresentados nas seções posteriores deste estudo. Serão apresentados os conceitos iniciais acerca do mercado de renda fixa, assim como serão explicados, de forma resumida, o funcionamento de alguns derivativos financeiros.

3.1 O PODER DA TAXA DE JUROS

Um dos princípios que regem o mercado financeiro é que o dinheiro possui um valor no tempo. Isso é verificado ao se constatar que qualquer agente financeiro (ou mesmo qualquer pessoa) prefere receber R\$ 10 mil hoje ao invés de receber a mesma quantia daqui a um dia, um ano, ou qualquer período mais adiante. Se o dinheiro não possuísse um valor no tempo, todos seriam indiferentes a receber a mesma quantia hoje ou no futuro.

É o conceito de juros que ajuda a explicar o surgimento de um valor variável do dinheiro ao longo do tempo. Os juros seriam uma taxa que tornaria o agente indiferente ao fato de receber uma quantia hoje **ou** receber esta quantia no futuro, corrigida por essa taxa. Outra maneira de entender esse conceito é considerar os juros como o custo do aluguel do capital pago aos agentes que emprestaram esse montante.

De acordo com Blanchard (2001), sob o ponto de vista da economia monetária, a moeda pode ser definida como meio de troca e reserva de valor cuja aceitação é universal. Desta forma, existem pessoas que mantêm a moeda entesourada aguardando uma rentabilidade futura, enquanto existem pessoas que utilizam a moeda para adquirir bens de consumo.

Nesse entendimento, quando as pessoas optam por guardar moeda na esperança de um ganho futuro, elas estão optando por sacrificar o consumo presente com a esperança de um rendimento por aquele capital que não se tornou consumo. Este rendimento pode ser entendido como uma taxa que pode ser denominada como taxa de juros. Carvalho (2005) defende que John Maynard Keynes em 1936 na Teoria Geral do Emprego, do Juro e da Moeda foi o primeiro a definir o conceito de juros como sendo uma recompensa que se deve pagar àqueles em posse de capital, para que renunciem à liquidez. Conforme o entendimento de Sousa (2004) sobre Keynes, a taxa de juros seria o preço cujo desejo de manter riqueza em forma líquida é **equivalente** à quantidade de moeda disponível. Isto significa dizer que a moeda por si só não possui valor, mas,

aplicada, ela recompensa o seu possuidor pela utilização daquela moeda que não estava sendo usada. Obviamente essa taxa é determinada pelo risco e retorno oferecidos em troca dessa privação de liquidez.

A taxa de juros básica de uma economia é fixada pelo Banco Central do país, através da negociação de títulos do próprio governo. Pelo seu tamanho e pela sua capacidade exclusiva de imprimir moeda, o governo é o mais confiável devedor possível e, por isso, os seus títulos são considerados os mais seguros do país, oferecendo o menor retorno entre todos os títulos disponíveis. Na falta de recursos para pagar sua dívida, basta ao governo imprimir mais moeda. Qualquer outra instituição, para conseguir capital emprestado, deveria fornecer um retorno maior que o aquele fornecido pelo governo, uma vez que o seu risco de inadimplência sempre será superior ao do governo.

As taxas de juros oferecidas pelos títulos do governo corresponderão, portanto, à taxa mínima de atratividade de qualquer investidor, afetando o seu custo de oportunidade. Isto quer dizer que um fazendeiro, por exemplo, para conseguir financiar sua produção deve oferecer à instituição financiadora uma taxa maior que aquela oferecida pelo governo para conseguir um empréstimo. Caso contrário, qualquer instituição financiadora minimamente racional optará sempre por manter seu capital aplicado em títulos do governo, que seriam menos arriscados e mais rentáveis.

É por isso que a taxa de juros é o instrumento que o Estado utiliza para controlar o volume de moeda em circulação na economia. Quando o governo passa a oferecer³ seus títulos com taxas mais baixas, diversas alternativas de investimentos passam a ser mais atraentes aos olhos das instituições financiadoras, como os bancos, por exemplo. Com isso, ao deixar de investir seu capital em títulos governamentais, as instituições financiadoras tendem a injetar mais moeda em circulação na economia.

A eficácia da política monetária através do controle da taxa de juros é fonte de inúmeras discussões entre os economistas. É muito questionada a suposta capacidade de uma eventual

³ O funcionamento do mercado primário e secundário de títulos públicos está muito bem detalhado em Carvalho (2000). É possível verificar em detalhes como funciona o operacional do governo ao controlar a liquidez disponível no mercado

política de corte nos juros poder promover um crescimento econômico sustentável no longo prazo. Muitos economistas acreditam que este tipo de política resulta apenas em inflação. A discussão da eficácia da política monetária foge do escopo deste trabalho e por isso não será tratada aqui com muitos detalhes. Os vários pontos de vista podem ser observados nas mais diversas publicações, como em Blanchard (2001) e Carvalho (2000), por exemplo.

De qualquer forma, é possível verificar então que a taxa de juros possui um papel crucial na escolha das alternativas de investimentos.

Cabe notar que a taxa de juros é uma variável que também depende do tempo pelo qual a liquidez é sacrificada. É racional supor que os agentes financeiros cobrem um preço mais caro para o “aluguel” do capital por 10 anos do que para o “aluguel” de um mês, demonstrando que a taxa de juros depende do tempo pelo qual a liquidez é sacrificada. Já que a taxa de juros varia com o tempo, para se ter uma visão correta do valor do capital no tempo, cria-se a necessidade de poder associar a qualquer prazo uma taxa de juros. Como veremos nas próximas seções, isso configura a Estrutura a Termo da Taxa de Juros.

Conforme Carvalho (2005), as principais teorias na literatura clássica que buscam explicar o formato da ETTJ são:

- **Teoria das expectativas puras:** É também chamada de Hipótese das Expectativas ou Teoria das Expectativas não enviesadas. Carvalho (2005) defende que essa teoria foi formulada primeiramente⁴ por Irving Fisher em 1896 no artigo *Appreciation and Interest*. Ela supõe que é possível substituir títulos de longo prazo por títulos de curto prazo. Como veremos mais adiante, nessa teoria o rendimento obtido em um título de longo prazo seria equivalente à utilização sucessiva de títulos de curto prazo. Conforme Fraletti (2004) e Carvalho (2005) as principais limitações desta teoria são os pressupostos de que os investidores são indiferentes ao risco e à incerteza.

⁴ A versão definitiva desta teoria muitas vezes é atribuída a Lutz (1940).

- **Teoria da Preferência pela Liquidez:** Segundo Carvalho (2005), essa teoria foi primeiramente proposta por John Hicks em 1946 com o livro *Value and Capital*. Seu principal argumento é que os participantes do mercado exigem que os títulos de longo prazo ofereçam retorno maior que os de curto prazo. Por esta teoria, os títulos longos deveriam possuir um prêmio pela falta de liquidez. Nesta abordagem surge um prêmio pelo risco exigido pelos participantes do mercado que não existia na Teoria das Expectativas Puras.
- **Teoria dos mercados segmentados:** Segundo Balbinotto (2004), essa teoria foi proposta primeiramente por Culbertson em 1957 no artigo *The Term Structure of Interest Rates*. Essa abordagem nega o papel das expectativas na explicação da estrutura a termo das taxas de juros e elege a aversão ao risco como o fator que vai determinar, em última instância, as diferentes taxas de juros ao longo do tempo. Isso quer dizer que, nas bases dessa teoria, as instituições irão imunizar seus portfólios a qualquer custo, buscando igualar a maturidade de seus ativos e passivos⁵. Mesmo existindo taxas relativamente atraentes em títulos com outros vencimentos os agentes irão permanecer sempre dentro da maturidade necessária requerida por seus portfólios. Essa teoria é considerada oposta à Teoria das Expectativas Puras (vide Carvalho 2005).

Segundo Fraletti (2004), o principal ponto de divergência entre as teorias expostas acima reside no fato que enquanto a teoria das expectativas puras defende que apenas as expectativas das taxas futuras de curto prazo afetam as taxas a termo, a teoria da preferência pela liquidez supõe a existência de outros fatores sistêmicos envolvidos.

⁵Na seção de *Hedge* deste trabalho será detalhado de forma mais detalhada esse procedimento. Recomenda-se a leitura de Suen *et al* (1997) para entender melhor a teoria de imunização de portfólio associada aos conceitos de curva de juros e *Duration*.

Olhando pelos três diferentes pontos de vista expostos, o papel das expectativas na formação das taxas juros é bastante controverso, mas foi com formulações nascidas dessas teorias que se desenvolveu uma base sólida de conhecimentos para analisar o comportamento das taxas de juros ao longo do tempo.

Este trabalho não irá assumir nenhuma das três teorias expostas como verdades absolutas que explicam e modelam corretamente toda a ETTJ. Serão utilizadas as teorias de forma complementar para enriquecer as análises presentes neste trabalho com diferentes pontos de vista. Serão apresentados modelos da ETTJ que se apóiam em cada uma dessas três principais teorias.

3.1.1 CDI e SELIC

Para preservar a liquidez da economia, todos os bancos mantêm obrigatoriamente uma conta de depósitos em espécie no Banco Central - BACEN. De acordo com Carvalho (2000) essa reserva serve como um colchão de segurança que permite o banco honrar todas as transações que eles liquidam, além de garantir qualquer necessidade de liquidez que seus clientes possam ter.

Essa conta tem como objetivo registrar e receber os recolhimentos compulsórios dos bancos e liquidar as transações das instituições financeiras e do BACEN, além de efetuar a liquidação e compensação dos pagamentos e recebimentos entre os próprios bancos (as transações interbancárias).

É esse o espaço institucional que o Banco Central executa a política monetária e pode-se dividi-lo em dois mercados:

- O **Mercado Primário** é aquele em que ocorrem transações entre o BACEN e os bancos, ocasionando a criação ou destruição de reservas. O melhor exemplo desta criação/destruição é a compra/venda de títulos públicos através de leilões formais.
- O **Mercado Secundário** é aquele em que ocorrem as transações interbancárias, resultando em permuta de reserva entre os bancos (neste caso não há a criação ou destruição de reservas).

Segundo Carvalho (2000), as **operações compromissadas** são o instrumento mais utilizado pelo BACEN para fazer o ajuste fino da liquidez na economia. Elas consistem na negociação de dinheiro com os bancos (nas duas frentes, emprestando ou tomando emprestado), com a garantia representada pela caução de títulos federais. O BACEN só está autorizado a

realizar esse tipo de operações com instituições credenciadas (chamados *Dealers*). A taxa *overnight* do Sistema Especial de Liquidação e Custódia (SELIC), expressa na forma anual, é dada pela taxa média ponderada pelo volume das operações de financiamento por um dia, lastreadas em títulos públicos federais e realizadas no SELIC. É esta a taxa básica utilizada como referência pela política monetária.

O mercado secundário tem como objetivo facilitar o processo de troca de reservas bancárias. Neste mercado, como o próprio nome interbancário permite supor, só participam instituições financeiras, como bancos e corretoras, por exemplo. Este mercado é uma alternativa que as instituições financeiras possuem para balancear essas necessidades de liquidez de curto prazo, permutando as reservas entre si, sem participação governamental.

Para criar uma referência para este mercado, foi criado Certificado de Depósito Interfinanceiro - CDI. Essas transações são negociadas eletronicamente e registradas nos terminais da CETIP⁶ e nas próprias instituições. Conforme a CETIP, a maioria das operações é negociada com prazo de um dia, mas o prazo pode ser variável.

Essas taxas observadas nas operações um dia são a referência para o cálculo da taxa CDI *Over*. Conforme determinação do Banco Central, a taxa média diária do CDI de um dia (Depósito Interfinanceiro, como também é conhecido) é apurada baseando-se nas operações de emissão de Depósitos Interfinanceiros que são pré-fixadas, pactuadas por um dia útil e registradas e liquidadas na CETIP.

3.2 COPOM

O Comitê de Política Monetária (COPOM) é o responsável por estabelecer as diretrizes da política monetária e de definir a meta para a taxa de juros básica de curto prazo.

Segundo o próprio BACEN, os objetivos do COPOM são "implementar a política monetária, definir a meta da Taxa SELIC e seu eventual viés, e analisar o 'Relatório de Inflação'". A reunião do COPOM fixa a meta para a Taxa SELIC, a qual vigorará **durante todo o período entre reuniões ordinárias do Comitê**. O COPOM ainda pode estabelecer um viés para a meta

⁶ Central de Custódia e de Liquidação Financeiras de Títulos.

fixada, que é o direito dado ao presidente do BACEN de mudar, no sentido do viés, a meta para a Taxa SELIC durante qualquer momento entre as reuniões ordinárias. Essa prerrogativa não é usada desde 2003.

Conforme a Circular 3927 de 2004 do BACEN⁷ as reuniões são divididas em duas sessões.

No primeiro dia das reuniões, os chefes de departamento e o gerente-executivo apresentam uma análise da conjuntura doméstica abordando os tópicos do quadro abaixo.

Inflação	Nível de atividade	Evolução dos agregados monetários
Finanças públicas	Balanco de pagamentos	Economia internacional
Mercado de câmbio	Reservas internacionais	Mercado monetário
Operações de mercado aberto	Avaliação prospectiva das tendências da inflação	Expectativas gerais para variáveis macroeconômicas

Quadro 1- Tópicos debatidos no primeiro dia do COPOM

FONTE: BACEN – Autoria própria

No segundo dia da reunião participam apenas os membros do Comitê e o chefe do DEPEP⁸ (sem direito a voto), os diretores de Política Monetária e de Política Econômica. Depois da análise das projeções atualizadas para a inflação são apresentadas alternativas para a taxa de juros de curto prazo com recomendações a respeito da política monetária. Logo depois os outros membros do COPOM fazem suas considerações e, caso necessário, apresentam propostas alternativas. Finalmente ocorre a votação das propostas, buscando-se um consenso. A decisão final - a meta para a Taxa SELIC do período (e o eventual viés) – deve ser imediatamente divulgada à imprensa ao mesmo tempo em que é expedido Comunicado através do Sistema de Informações do Banco Central (SISBACEN). Conforme estabelece o art. 5º do citado Regulamento, a divulgação das decisões do COPOM será feita na data da segunda sessão da reunião mensal ordinária, após as 18h00.

⁷ O site do BACEN explica detalhadamente o funcionamento do COPOM.

⁸ Departamento de Estudos e Pesquisas.

3.3 EXPRESSÃO E CAPITALIZAÇÃO DAS TAXAS DE JUROS

Para familiarizar-se com o mercado de renda fixa, é imprescindível entender como as taxas de juros são expressas e capitalizadas.

Primeiramente, as taxas de juros podem ser separadas em taxas nominais e taxas efetivas.

A taxa **nominal** é a taxa contratada, segundo a qual um produto é oferecido ou vendido ao cliente. Essa taxa **não necessariamente** traduz diretamente a rentabilidade ou custo da operação financeira. Nos casos em que a taxa de juros é mencionada com uma unidade de tempo, mas capitalizada ou composta em outra unidade é necessário utilizar artifícios matemáticos conforme seu método de capitalização/composição para calcular a taxa efetiva.

A taxa **efetiva**, como vista anteriormente, é aquela que apura o efetivo desempenho do fluxo de caixa de uma operação financeira.

No segmento de renda fixa ainda existe um terceiro conceito de taxa **real**, que é a taxa efetiva calculada considerando-se o efeito inflacionário.

O regime de capitalização pode ser simples ou composto.

No regime de capitalização **simples** os juros produzidos no final de cada período têm sempre como base de cálculo o capital inicial empregado. Como se sabe de qualquer curso básico de matemática financeira⁹, a capitalização neste regime pode ser expressa na fórmula:

$$S = P * (1 + i * n)$$

Onde:

- S representa o montante;
- P representa o principal;
- i representa a taxa;

⁹ As notações e demonstrações de princípios básicos de conceitos de matemática financeira seguirão a notação e o método contido em Rattus (2006)

- n representa prazo de aplicação;

No regime de capitalização composta, os juros produzidos ao final de um dado período “ n ” são agregados ao montante, passando a ser considerados na nova base de cálculo para o período seguinte $n+1$ e assim sucessivamente. A maneira mais comum de ilustrar esse regime é pela fórmula:

$$S = P * (1 + i)^n$$

3.4 O FUNCIONAMENTO DO MERCADO DE RENDA FIXA

O mercado de Renda Fixa compreende as operações com títulos que têm um prazo de vencimento pré-estabelecido e seu rendimento é conhecido no momento inicial da operação. No vencimento, há o retorno do principal acrescido do rendimento acordado na operação. Comparativamente a um título de renda fixa, um título de renda variável tem seu rendimento desconhecido no momento inicial da operação. Somente no momento que o investidor vender o título de renda variável que ele saberá a rentabilidade da operação. Os títulos de renda fixa, por sua vez, podem ser pré-fixados ou pós-fixados.

Um título de renda fixa é pré-fixado quando o rendimento e o **valor de resgate** do título no vencimento são todos precisamente **conhecidos no momento inicial** da operação.

Como exemplo, usaremos um título pré-fixado de dois meses, cujo principal é de R\$ 100.000,00, que retorna 8% a.a efetivos, considerando um ano de 360 dias, capitalizado diariamente.

Utilizando os dados do título pré-fixado na fórmula para capitalização composta temos:

$$VR = 100.000 * (1 + 8\%)^{\frac{60}{360}} = 101.290,25$$

É definido, no momento da operação, quanto será o resgate no vencimento, neste caso, R\$ 101.290,25.

No caso de um título de renda fixa pós-fixado, o rendimento é conhecido no momento da aplicação, mas o valor que **efetivamente** será **resgatado** só poderá ser calculado na data do

vencimento do título. Nestes títulos o rendimento normalmente é representado por dois componentes: um indexador e uma taxa pré-fixada, conhecida como cupom.

Utilizaremos como exemplo um CDB de dois meses, cujo principal é de R\$ 100.000,00, e que paga TR¹⁰ + 6% a.a. efetivos, considerando 360 dias no ano. Sabe-se no momento da operação, que o resgate será de R\$ 100.975,88 acrescido do rendimento da TR.

$$VR = 100.000 * \left[(1 + 6\%)^{\frac{60}{360}} * (1 + TR) \right] = 100.975,88 * (1 + TR)$$

É possível notar na fórmula acima que, dependendo do valor da TR no período, o valor de resgate do CDB varia (embora os juros, neste caso 6% a.a., já estejam definidos).

Embora o mercado utilize a expressão “TR + 6” ao se referir a esse tipo de investimento, na verdade não há uma soma e sim uma multiplicação: cupom ao ano calculado para o período da operação multiplicado pela TR acumulada do período.

Títulos de renda fixa pós-fixados são diferentes de ativos de renda variável. O primeiro tem todas as regras para se calcular o valor de resgate definidas no início da operação. O segundo tem seu preço definido pela oferta e procura no mercado, e não é possível saber no início da operação saber exatamente qual a rentabilidade a ser obtida no final. Ou seja, embora não se saiba **quanto** será resgatado em um título pós-fixado sabe-se exatamente **qual** será a rentabilidade obtida. Em um título de renda variável não se sabe nem **quanto** será obtido no resgate nem **qual** será a rentabilidade.

3.4.1 Nomenclatura e conceitos básicos

- **Valor de face ou valor nominal:** é valor que o investidor receberá no vencimento do título acrescido de juros.

¹⁰ Taxa Referencial - utilizada no cálculo do rendimento de vários investimentos, tais como títulos públicos, caderneta de poupança. A metodologia de cálculo da TR tem como base a taxa média mensal ponderada ajustada dos CDBs prefixados de 30 instituições financeiras selecionadas.

- **Cupom de juros:** valor periódico de juros pago ao investidor durante a vigência do título.
- **Preço de Mercado ou Preço Unitário (PU):** é o preço que o título está sendo negociado. É o valor presente dos fluxos de caixa futuros, descontado às taxas de juros de mercado. Os títulos de renda fixa podem ser negociados com:
 - **Ágio (PU):** quando o valor pago no momento da aquisição do papel é superior ao seu valor de resgate (valor de face). O ágio acontece quando a rentabilidade oferecida pelo papel (na sua emissão) é maior do que a praticada no mercado no momento da negociação do título.
 - **Deságio (PU):** quando o valor pago no momento da aquisição do papel é inferior ao seu valor de resgate (valor de face), de maneira que a rentabilidade do título seja maior do que a estabelecida nas condições originais no momento da sua emissão.
- **Prazo de vencimento ou maturidade:** é a data de resgate do título.
- **“Yield to maturity” (YTM) ou taxa interna de retorno (TIR):** é rentabilidade do título, relacionando todos os fluxos de caixa futuros com o preço de mercado.

Quando se emite um título de renda fixa, é definida a taxa de juros que será aplicada assim como o eventual indexador. Nem todos os títulos possuem pagamentos intermediários (cupom). Quando um título não possui cupom ele é chamado de desconto puro, *zero-coupon* ou *bullet*. São os títulos muito utilizados nas análises financeiras pois não impõem problemas de reinvestimento de cupons no cálculo da rentabilidade oferecida.

Com o passar do tempo o vencimento do título fica mais próximo, é possível reconhecer contabilmente a parte *pro-rata temporis* desses juros pelo regime de competência.

Quando esta atitude é tomada, estamos valorizando o título de acordo com sua curva de juros.

Esse processo de valorizar o título de acordo com a curva de juros é chamado de *accrual* em inglês ou apropriação em português.

O conceito de juros “acruados” conflita com o conceito de marcação a mercado. A filosofia de juros “acruados” valoriza o título pelo seu valor histórico acrescentando os juros do período. A filosofia de marcação a mercado considera o valor que o título efetivamente possui se

fosse vendido na data da marcação no mercado. Esse tópico será discutido mais adiante neste trabalho.

Um título de renda fixa também pode ser negociado por sua taxa efetiva (TIR) dependendo do tipo de mercado. Uma LFT (indexada à SELIC), por exemplo, é negociada no mercado primário pelo PU, enquanto o investimento num CDB é negociado pela taxa de juros.

Uma relação importante de se ter em mente é que quando a taxa de juros do mercado cai o PU sobe, e quando a taxa de juros do mercado sobe o PU cai. Dado que o PU é o valor presente dos fluxos de um título, podemos representar esse pensamento (de forma simplificada) da seguinte maneira:

$$PU = \frac{VF}{(1 + i)^p}$$

Vemos então a existência dessa clara relação de **proporcionalidade inversa** entre o **PU** e a **taxa de juros**.

3.4.2 Duration

Suen *et all* (1997) , apresentam o conceito de *Duration* como uma medida de sensibilidade do ativo financeiro aos movimentos das taxas de juros no mercado. O conceito de *Duration* também pode ser entendido como o prazo médio dos fluxos de caixa de um determinado ativo. Esses dois pontos de vistas são equivalentes, uma vez que fluxos de caixa mais distantes são mais sensíveis a movimentos na taxa de juros quando são trazidos a valor presente.

De acordo com Suen *et all* (1997) quando utilizamos o termo *Duration*, normalmente nos referimos a *Duration de Macaulay*, que é basicamente a média ponderada dos fluxos de caixa por seus respectivos prazos e teria sido proposta pela primeira vez por Macaulay (1938). Segundo Suen *et all* (1997) o seu cálculo se dá pela fórmula:

$$D = \frac{1}{P_0} \sum_{t=1}^n \frac{t * FC_t}{(1 + YTM)^t}$$

Onde:

- D = *Duration* de Macaulay
- FC_t = fluxo de caixa no momento t (rendimentos + valor de face)
- t = tempo até quando o fluxo de caixa ocorre
- n = tempo até o vencimento do título
- YTM = *yield* to maturity
- P_0 = preço de mercado do título

Exploraremos o conceito de *Duration* como a medida da sensibilidade da variação do preço do título a variações da taxa de juros.

A equação que relaciona taxas de juros e preço de mercado é a seguinte:

$$P_0 = \frac{C_1}{(1+i)} + \frac{C_2}{(1+i)^2} + \dots + \frac{C_n + F}{(1+i)^n}$$

Onde,

- P_0 : preço de mercado do título
- C_n : Cupom pago pelo título no período n .
- F : valor de face do título
- n : número de períodos até o vencimento do título.
- i : taxa de juros – YTM.

Sabemos que uma variação na taxa de juros “ r ” altera o preço de mercado P_0 . Para avaliar o efeito de pequenas variações da taxa de juros sobre o valor de mercado (P_0) do título, vamos

podemos adicionar uma variação na equação acima, uni-lo ao conceito de *Duration* e chegar à seguinte expressão¹¹:

$$D = - \frac{\frac{\Delta P_0}{P_0}}{\frac{\Delta i}{(1+i)}}$$

Onde,

- D = *Duration* de Macaulay
- P_0 = preço de mercado
- ΔP_0 = variação no preço de mercado
- i = taxa de juros
- $(1+i)$ = fator referente à taxa de juros
- Δi = variação na taxa de juros

O sinal negativo da fórmula significa movimentos opostos: quando os juros sobem, os preços caem e vice e versa.

Ainda é possível, conforme Suen *et all* (1997), reescrever a equação acima para entender como as variações na taxa de juros afetarão o valor do ativo:

$$\Delta P_0 = -D * P_0 * \frac{\Delta i}{(1+i)}$$

3.5 O FUNCIONAMENTO DO MERCADO DE DERIVATIVOS

Um derivativo é um instrumento cujo valor decorre/deriva de outro ativo real ou financeiro. É um contrato selado entre dois agentes no qual são acordados pagamentos/entregas futuras tomando como base o comportamento das cotações de um determinado ativo de mercado.

¹¹ A demonstração destas equações podem ser encontradas com todos os passos e com mais detalhes em Suen *et all* (1997).

O nome Derivativo pode ser entendido como um leve erro de tradução: o termo original em inglês é '*derivative security*' que poderia ser mais bem traduzido como derivado financeiro. Veremos a seguir como os derivativos permitem a um agente financeiro transferir a outro os riscos aos quais não deseja se expor.

No Brasil existe um mercado organizado (bolsa de valores) de contratos padronizados de derivativos, a Bolsa de Mercadorias e de Futuros - BM&F. Os produtos negociados em bolsa devem ser definidos e especificados de forma precisa e detalhada.

Dessa forma, cada participante do mercado sabe exatamente qual é o produto que está negociando (comprando ou vendendo) e, por outro lado, todos os participantes estão negociando o mesmo produto, garantindo fungibilidade ao instrumento e trazendo maior liquidez para o contrato negociado.

Cada operação realizada na Bolsa representa, efetivamente, uma transação (financeira ou comercial) realizada entre duas partes. Essa transação tem que ter claramente definidas suas características, condições, normas legais, etc. Os participantes não podem alterar partes ou cláusulas desse contrato para atender a nenhum interesse ou condição particular se quiserem operar em mercados padronizados.

A fungibilidade dos contratos em bolsa garante a possibilidade de se reverter (ou encerrar) uma transação a qualquer momento antes do seu vencimento padrão. Para tanto basta o investidor que fez a operação inicial realizar a operação contrária em mercado. Em contratos negociados em balcão essa possibilidade também existe, mas normalmente deve ser feita com a mesma contraparte da operação original.

No Brasil são negociados diversos derivativos financeiros como: Contratos Futuros de Moedas e Índices, Opções sobre Ações e Swaps de taxas de juros, por exemplo.

Um risco a ser analisado ao utilizar derivativos é o risco de **contraparte**. No mercado de balcão a contraparte é sempre aquele que está na outra ponta do contrato enquanto a bolsa atua como contraparte nas operações realizadas em seus domínios (outro fator que torna os contratos padronizados mais atraentes). Existem diversos outros riscos que devem ser considerados que também serão discutidos mais adiante.

Um aspecto muito importante a ser ressaltado é o fato que em muitos casos negociam-se produtos “virtuais” (índices) ou apenas direitos e / ou obrigações sobre preços futuros (dólar comercial), nos quais a entrega física simplesmente não é possível ou desejável. O importante no

mercado tipo de mercado é a capacidade de transferir riscos e exposições. Nos EUA, por exemplo, existem contratos futuros de chuvas! O que é preciso para criar um derivativo não é a liquidez ou “tangibilidade” do ativo base, mas sim participantes disponíveis para cada uma das pontas do contrato (comprado/vendido).

Quando são negociados contratos “virtuais”, a operação deverá liquidar por outra forma que não a entrega física. Na realidade, como interessa às bolsas eliminar os custos e obstáculos da transação física a tendência é de que estas imponham cada vez mais restrições à liquidação física, estimulando outras formas de liquidação como a liquidação financeira, ou por diferença como será ilustrado mais adiante.

3.5.1 Utilização de Derivativos

Os instrumentos disponíveis nos diversos mercados de derivativos permitem pôr em prática uma grande variedade de maneiras de se expor financeiramente a riscos, com adequação a distintos objetivos, avaliações de cenários, perfis de investidores, etc.

3.5.2 Hedge

Essa utilização aplica-se ao participante que, por algum motivo, como a natureza de sua atividade econômica, por exemplo, é obrigado a se expor a determinados riscos.

O mercado de derivativos permite que esse participante do mercado se proteja transferindo a sua exposição, para um terceiro que esteja disposto a assumir esse risco, ou que esteja posicionado de maneira contrária e também deseja transferir sua exposição.

Um comerciante exportador que carregue um estoque de moeda estrangeira, por exemplo, (ou outro ativo denominado em moeda estrangeira) corre o risco de uma queda da taxa de câmbio dessa moeda. A existência dos derivativos permite que esse comerciante não se exponha mais a esse risco.

O comerciante pode se proteger desse risco através de uma venda futura (ou a termo) de câmbio. Dessa forma, se a temida queda no câmbio ocorrer, a desvalorização do seu estoque de moedas/ ativo estrangeiro será compensada por ganhos na posição futura (ou a termo) já que, no

vencimento, a liquidação será feita por um preço inferior ao que ele vendeu no início, e ele ganhará esta diferença (entre o preço fixado para a venda futura em certo vencimento e o preço praticado no mercado à vista neste vencimento).

De forma similar o comprador de dólares no mercado à vista - um importador, por exemplo- se expõe ao risco de alta dos preços desde o momento atual até o momento da efetivação da compra do dólar à vista.

O seu *hedge*¹² no mercado de derivativos seria feito através de uma compra para o vencimento mais próximo da data em que terá que adquirir câmbio no mercado a vista (ou simplesmente através de uma compra a termo no mercado de balcão, por exemplo) de forma a fixar a taxa de câmbio a ser utilizada.

Dessa forma, uma valorização na taxa de câmbio implicará em maior desembolso no mercado à vista, mas que estará sendo compensada por um ganho na posição futura (ou a termo).

Inversamente, um momento de desvalorização da moeda implicará em perda, na operação realizada no mercado de derivativos, a qual, em contrapartida estará sendo compensada por um menor desembolso à vista na efetivação da operação inicial.

Observe-se, assim, que a operação no mercado de derivativos produzirá para a posição à vista o efeito equivalente ao de um seguro. O *hedge* permite a fixação do valor total a ser desembolsado e também permite a redução da exposição à riscos indesejáveis do investidor.

3.5.3 Posicionamento

Essa utilização também é chamada, sem nenhuma conotação pejorativa, de especulação.

O investidor, neste caso, atua no mercado de derivativos assumindo riscos ao “apostar” numa tendência futura de preços, buscando os ganhos decorrentes desta aposta (posicionamento).

Em relação à alternativa de operar diretamente com o ativo - no mercado à vista – o posicionamento no mercado de derivativos apresenta algumas vantagens, como por exemplo:

¹²¹² Hedge é o termo, em inglês, que o mercado utiliza para referir-se a operações que visam **cobrir** ou **proteger** uma exposição a determinado fator de risco.

• **Alavancagem** dos ganhos na medida em que não se imobilizará o valor total do ativo, as apenas uma pequena parcela deste (no caso de ser exigido depósito de margem). No uso de alavancagem, a utilização do valor total do ativo possibilita uma exposição muito maior ao risco tratado.

• A possibilidade de criar **posições vendidas** no ativo (o que é quase sempre impossível no mercado à vista), com vistas a se beneficiar de uma queda posterior de preços.

Suponha que um investidor tem em caixa R\$ 1.000.000 e que os preços de mercado para o dólar sejam:

- Dólar à Vista: R\$2,00;
- Opção de compra de dólar (Call): prêmio de R\$ 0,10 para ter o direito de comprar 1,00 US\$ a R\$2,20 daqui a um mês;

Se o investidor usar seus R\$ 1.000.000 para comprar dólar *spot*, ele poderá comprar:

$$1.000.000 / 2,00 = \text{US\$ } 500.000$$

Se o investidor usar seus R\$ 1.000.000 para comprar opção de compra de dólar, ele pode comprar:

$$1.000.000 / 0,10 = 10.000.000 \text{ contratos}$$

Se em 30 dias o dólar chegar a R\$2,40, o que acontece em cada caso?

- Para a compra *spot*, houve um ganho de: $(2,40 - 2,00) \times 500.000 = \text{R\$ } 200.000,00$;
- Para a compra de opção de compra. O investidor vai exercer o direito de comprar a R\$2,20 por contrato um ativo que vale, neste momento (D30), R\$2,40 por contrato;

O investidor tem um ganho de:

$$(2,40 - 2,20) = \text{R\$ } 0,20 \text{ por contrato}$$

Como foi pago um prêmio de R\$0,10, temos:

$$0,20 - 0,10 = 0,10 \text{ ganho por contrato comprado}$$

$$0,10 \times 10.000.000 = \text{R\$ } 1.000.000$$

Assim, neste exemplo, observamos um ganho muito maior devido a esta **alavancagem**.

Mas, assim como há chances de ganhos maiores, há também a possibilidade de perdas maiores com derivativos quando ele é utilizado para um posicionamento.

Se o dólar permanecesse a R\$2,00 é possível notar que o investidor iria perder todos os R\$1.000.000,00 que investiu na compra da opção. À cotação dólar-real de R\$2,00 a opção agora não vale nenhum centavo. Quando é possível ir a mercado e comprar dólares a R\$2,00, nenhum agente racional irá exercer o direito de comprar dólares a R\$2,20. Ou seja, os R\$1.000.000,00 investidos seriam **integralmente** perdidos se fossem utilizados na compra da opção. Mas se o investidor optasse por comprar dólar *spot* ele **não perderia nada**, pois a cotação se manteve constante.

3.5.4 Exemplificando a Liquidação Financeira ou por Diferença

Utilizaremos outro exemplo para ilustrar a liquidação financeira.

Hipoteticamente um importador está receoso com relação ao comportamento da taxa de câmbio, mas devido à natureza de seu trabalho, tem pagamentos em dólares a realizar. No entanto, o importador não possui ainda o capital necessário para fazer o câmbio agora (se o importador pudesse realizar a operação de câmbio agora ele não teria mais exposição a esse risco). Para limitar seu risco (exposição ao câmbio) ele decide fazer uma compra futura de dólares, nas seguintes condições:

- Valor da dívida: US\$ 10.000.000,00;
- Valor do contrato (BM&F): US\$ 50.000;
- Cotação do dólar futuro no vencimento desejado R\$ 2.000/ US\$1.000 (o mercado expressa a cotação para cada 1000 dólares);

A operação realizada será a compra de n contratos de dólar comercial, com vencimento próximo ao da dívida a R\$ 2.000/ US\$ 1.000. Utilizando os dados acima sabemos que o número de n contratos a serem adquiridos são 200 contratos.

Assim, a posição inicial Empresa será comprada em 200 contratos a R\$2.000 / US\$ 1000.

Suponhamos agora que já estamos na data de liquidação da operação acima e que não tenha ocorrido nenhuma variação no preço futuro do dólar até o dia anterior ao vencimento. No vencimento, no entanto, o dólar comercial fecha a: R\$ 2.050 / US\$ 1.000.

Para liquidar a posição, a Bolsa efetuará uma venda de 200 contratos, em nome do importador, à cotação de R\$ 2.050 / US\$ 1.000.

O resultado da operação para Empresa será, portanto:

- Compra de 200 contratos a R\$ 2.000: $200 \times 50.000 \times 2.000/1.000 = - 20.000.000,00$;
- Venda de 200 contratos a R\$ 2.050: $200 \times 50.000 \times 2.050/1.000 = +20.500.000,00$;
- Resultado Líquido = + R\$500.000 (Lembrando que cada contrato futuro vale US\$50.000).

Nessa operação, e nas condições supostas a Empresa teria uma receita de R\$500.000, que corresponde à diferença entre a posição originalmente aberta (compra futura) e a operação virtual realizada para liquidar a transação (venda futura). Agora com R\$500.000 e o resto dos reais necessários ele pode realizar a operação de câmbio normalmente no mercado à vista. Os ganhos no mercado futuro compensaram as perdas no mercado à vista e o importador consegue honrar suas obrigações da mesma forma que faria se pudesse fazer a operação de câmbio no momento que optou por realizar a operação de *hedge*.

O mesmo procedimento se aplicaria a quaisquer outros produtos, desobrigando as partes de, de fato, entregar ou receber ativos físicos. Se esse for o desejo é possível ir imediatamente no mercado à vista para satisfazer essa necessidade.

É importante entender que esse procedimento amplia de maneira fundamental a liquidez dos mercados, pois permite que quem não tenha o ativo (ou não deseje recebê-lo/entregá-lo) possa operar no mercado, uma vez que no final tudo se resume a um acerto contábil - financeiro.

3.6 PARIDADE DE JUROS COBERTA E DESCOBERTA

Para ilustrar a paridade de juros coberta e descoberta nesta seção serão utilizadas as linhas de raciocínio nas maneiras propostas por Blanchard (2001) e Garcia *et all* (2001).

Utilizando os conceitos vistos nas seções anteriores e supondo uma perfeita mobilidade de capital, restaria aos agentes financeiros de um mundo globalizado apenas uma escolha entre ativos nacionais e estrangeiros para entesourar moeda. Comparemos então a decisão de investimento em títulos da dívida nacionais e estrangeiros.

Conforme raciocínio proposto por Blanchard (2001), para cada real investidos em um título da dívida brasileira, serão recebidos daqui a um ano $(1 + i_t)$ reais, sendo i_t a taxa nominal de juros de um ano no Brasil durante o ano t .

Para comprar títulos da dívida americana é necessário primeiro comprar dólares. Dessa forma, para cada real investido tem-se $(1/E_t)$ dólares, sendo E_t a taxa nominal de câmbio entre o real e o dólar. Sendo i_t^* a taxa nominal de juros americana, teremos daqui a um ano:

$$\frac{1}{E_t} * (1 + i_t^*)$$

Teremos que converter de volta esses dólares para reais para compararmos os dois investimentos. Espera-se que a taxa de câmbio do ano seguinte seja E_{t+1}^e . Dessa forma temos no final de um ano: E_{t+1}^e

$$\frac{1}{E_t} * (1 + i_t^*) * E_{t+1}^e$$

Utilizando os conceitos vistos anteriormente, vemos que para a não ocorrência de arbitragem os dois investimentos devem resultar em retornos iguais, valendo a seguinte igualdade:

$$\frac{1}{E_t} * (1 + i_t^*) * E_{t+1}^e = (1 + i_t)$$

Essa equação é a relação de paridade de juros **descoberta**. Ela é descoberta pois, nesse caso, o investidor corre o risco da taxa de câmbio daqui a um ano ser diferente da esperada. Isso pode ser evitado mediante a fixação do câmbio daqui a um ano (ou qualquer data futura) por meio de vários instrumentos derivativos.

A **arbitragem** é uma operação na qual ocorre um ganho financeiro sem a exposição a qualquer risco, então, para entender o conceito de paridade de juros **coberta**, vamos adicionar os derivativos ao cenário anterior:

Hoje, no mercado a vista o preço do dólar é s . Na economia brasileira a taxa de juros corrente é i , enquanto a taxa de juros americana é i^* . No mercado futuro o dólar pode ser comprado ao preço f .

Dessa forma, se um investidor vende dólares hoje a um preço s e aplicar esses reais a taxa i , contraindo um empréstimo hoje à taxa i^* para ser paga no futuro temos o seguinte panorama:

	Brasil	EUA
Hoje	R\$ s	U\$-1
No Futuro	R\$ $s(1+i)$	U\$-1* $(1+i^*)$

Quadro 2 – Exemplificando Arbitragem – Paridade Coberta de Juros

Como vimos na seção de derivativos, é possível fixar essa o câmbio utilizando o mercado de dólares futuros na BM&F. Dessa forma, verifica-se que o único preço justo a ser cobrado por esse futuro f que não permitiria a ocorrência de arbitragem seria se:

$$f = \frac{s^*(1+i)}{(1+i^*)}$$

No entanto, verifica-se que a equação acima não é satisfeita para a economia brasileira. Como vemos no gráfico abaixo o dólar futuro, por alguma razão, está sempre abaixo do valor f estipulado pela equação acima. O raciocínio lógico permite perceber que no momento que o dólar futuro estiver abaixo do limite f estabelecido pela equação acima, existirá uma oportunidade de arbitragem, nos moldes descritos acima. Hipoteticamente, o investidor estrangeiro poderia contrair um empréstimo nos EUA, transferir tais recursos para o Brasil para aplicar em renda fixa ao mesmo tempo que realiza um *hedge* contra a desvalorização cambial no mercado futuro de câmbio. O investidor certamente teria um ganho líquido após o pagamento do empréstimo no exterior.

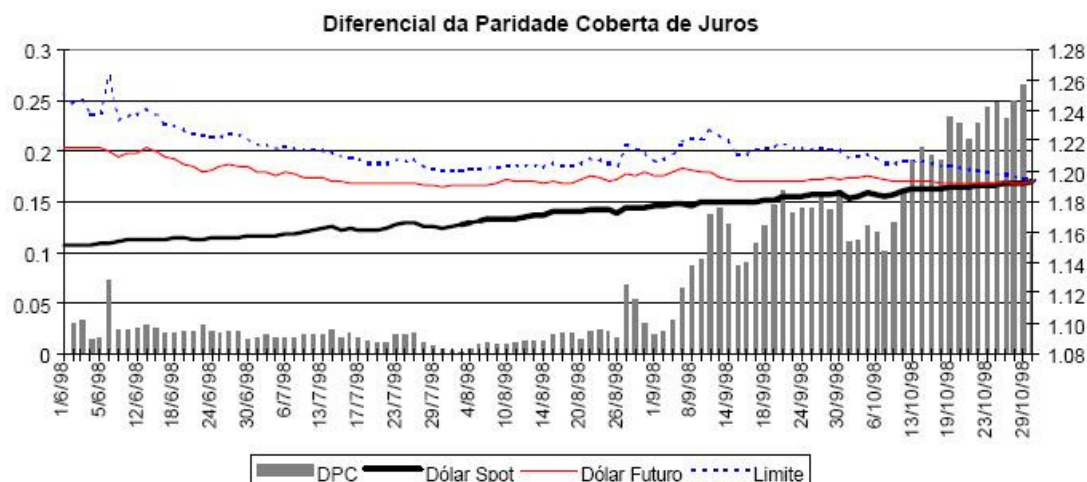


Figura 1 – Diferencial da Paridade Coberta de Juros

FONTE: BM&F AUTOR: Garcia *et al* (2001)

Por esta tese, o investidor estrangeiro está obtendo um ganho sem qualquer aplicação de capital ou sem correr qualquer risco. Em outras palavras, está realizando uma operação de arbitragem. Devem ser considerados impostos, taxas e outros custos transacionais, mas eles não conseguiriam explicar tamanha diferença. A principal razão disso reside na consideração de outros riscos que devem ser levados em consideração na realização desse modelo. Neste caso, esta diferença é explicada, segundo Garcia *et al* (2001), pela existência do **risco país**.

De acordo com Garcia *et al* (2001), o risco país é o risco que o investidor passa a estar exposto no momento da transferência de seus recursos para o Brasil. Esse *spread* explicaria a taxa que o mercado internacional exige ser remunerado para correr esse risco. Um debate mais extenso acerca deste e dos outros riscos envolvidos foge do escopo deste trabalho, mas pode ser encontrado em Garcia *et al* (2001).

3.7 RISCO PAÍS

Para Garcia *et al* (2001) “calibrar bem a taxa de juros é uma tarefa crucial para os elaboradores e executores da política econômica nacional”, uma vez que isso poderia “determinar o nível de atividade, de emprego, da taxa de cambio e de diversas outras variáveis econômicas”. Sabe-se que o Brasil adota um regime de cambio flutuante abrindo-se

financeiramente ao exterior e isso, segundo Carvalho (2000) acarreta para as autoridades monetárias um grau de liberdade a menos na fixação da sua taxa de juros. As taxas de cambio, nesse regime, passam a ser determinadas pela lei de oferta e procura da moeda em questão.

É preciso observar a maneira como o conceito de mobilidade de capital interfere na economia de um país. Das diversas medidas disponíveis para demonstrar a mobilidade de capitais, Frankel (1991) defende que a mais adequada é justamente a paridade coberta das taxas de juros, na qual "... fluxos de capitais equalizam as taxas de juros entre os países quando denominadas em uma mesma moeda."

Conforme visto anteriormente, se essa paridade não é obedecida surge um diferencial na paridade que é identificado como o **risco país**, que afeta a rentabilidade de todos os ativos financeiros do país em questão.

De acordo com Blanchard (2001), entre os países desenvolvidos esse diferencial na paridade coberta de juros (DPC) é praticamente nulo. Isso significa que hipoteticamente, para captar dólares, uma empresa pode se endividar nos EUA ou no Reino Unido a uma mesma taxa de juros. Se essa emissão fosse realizada em um país emergente a taxa de juros cobrada evidentemente será maior.

Essa diferença se apresenta como um risco **sistêmico**, pois se aplica a todos os ativos do país e, dessa forma, não pode ser diversificado, eliminado ou protegido.

Segundo Garcia *et all* (2001) "o risco país é um reflexo da situação econômica e financeira de um país, refletindo também a estabilidade política e o desempenho histórico no cumprimento de suas obrigações financeiras."

3.8 RISCO CAMBIAL

Devido às propriedades de não arbitragem nos contratos futuros explicitadas nas seções anteriores, um raciocínio bastante lógico seria supor que o preço do contrato futuro de dólar na BM&F seria uma boa estimativa para o preço do dólar a vista na data de seu vencimento. No entanto, é facilmente observável que esse raciocínio está errado. Como é possível ver na figura abaixo, se o dólar futuro fosse um bom previsor do dólar à vista no futuro, o mercado não somente **sempre** errou, como errou sistematicamente e na **mesma** direção.

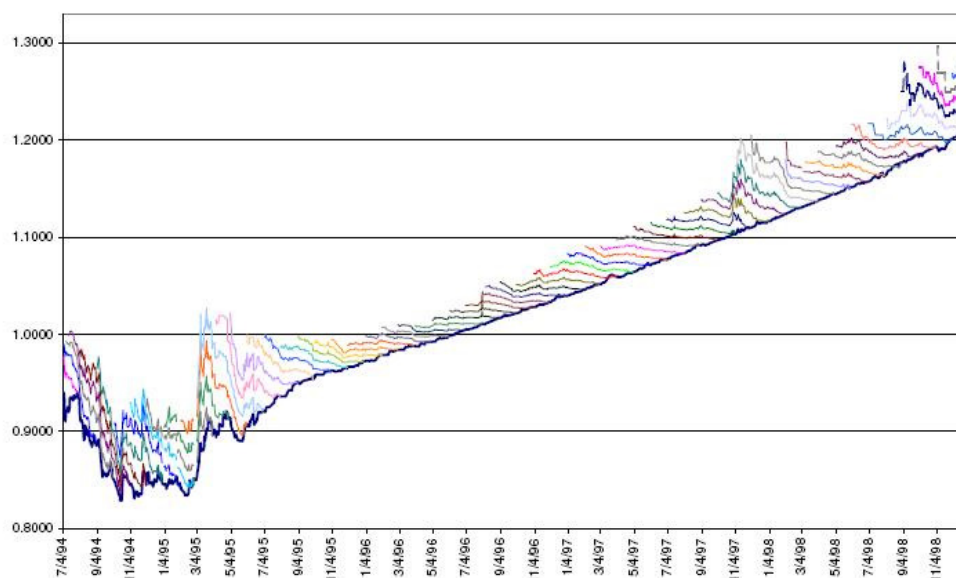


Figura 2 – Dólar Futuro (Linhas mais claras) e Dólar Spot (Linha mais escura).

Período entre Abril de 1995 e Dezembro de 1998.

FONTE:BM&F AUTOR:Garcia *et all* (2006)

Observa-se o surgimento de um risco cambial que cria um diferencial entre o preço esperado da moeda forte no futuro e seu preço nos mercados futuros de cambio. Garcia *et all* (2006) sustenta a existência desse conceito pela percepção dos investidores que o movimento das moedas, muito provavelmente será diferente de suas expectativas. Dessa forma, de acordo com Garcia *et all* (2006) esses investidores provavelmente necessitarão de um prêmio que compense o seu erro de expectativa adicional à expectativa de desvalorização cambio para venderem a moeda forte no futuro (o contrário se aplica num caso de compra).

Ao contrário do que ocorre com o Risco País, o **Risco Cambial** não é passível de medição direta através de retorno extraído de instrumentos. Não é possível medir com precisão a desvalorização esperada, uma vez que no mercado futuro já estão embutidos o prêmio de risco cambial requeridos.

3.9 REVISÃO SOBRE CÁLCULO DE JUROS NO BRASIL

Nesta seção será feito um breve resumo da matemática básica envolvida no cálculo de juros no Brasil.

3.9.1 O Contrato Futuro de DI¹³

O DI futuro para um determinado vencimento reflete os juros acumulados no período do dia da operação ao vencimento. Estes juros acumulados são a somatória dos juros diários (calculados em dias úteis) do período em questão.

O DI tem um valor fixo no vencimento (valor de face) de 100.000 pontos, por contrato. Cada ponto vale R\$ 1,00 e, para efeito de ajuste diário, compara-se o PU de fechamento do dia com o PU de abertura da posição. Caso a posição já exista, há a correção do PU do dia anterior pela taxa de CDI de um dia.

A mudança da taxa de juros de mercado tem o efeito de deslocar a curva de rendimento dos papéis anteriormente emitidos, refletindo a mudança nos PUs decorrentes da alteração das taxas de juros.

Como vimos anteriormente se a taxa de juros de mercado eleva-se, o efeito é o de reduzir os PUs dos papéis, se a taxa de juros cai, o efeito é de elevação dos PUs.

No primeiro caso, o investidor que carrega papéis terá perdas em suas posições e, no segundo caso, ele realizará ganhos.

Um contrato com 11 dias até o vencimento, negociado à uma taxa de juros de 10% a.a. tem um PU de:

$$PU = 100.000 / [(1 + 10\%)^{\frac{11}{252}}] = 99.584,83$$

Supondo que a taxa de juros negociada nesse dia elevou-se para 12% a.a., o PU de mercado desse papel cairá para:

$$PU = 100.000 / [(1 + 12\%)^{\frac{11}{252}}] = 99.506,53$$

Impondo uma perda ao investidor de:

$$PERDA = 99.584,83 - 99.506,53 = (78.29)$$

¹³ Uma cópia de um contrato padrão de Futuros de DI negociados na BM&F pode ser encontrada anexada nesse trabalho. Todas as especificações utilizadas nesse trabalho são retiradas deste contrato.

Ou seja, neste instante o investidor estaria perdendo R\$ 78,29 para cada contrato de DI futuro que tivesse comprado a uma taxa de juros de 10%. No entanto, se o contato passar a ser negociado a 9% o investidor passará a ganhar R\$ 39,71.

$$PU = 100.000 / [(1 + 9\%)^{\frac{11}{252}}] = 99.624,53$$

Como os demais produtos negociados no mercado futuro, os contratos de DI Futuro permitem Operações de *Hedge* e Posicionamento (especulação).

É justamente com a finalidade de minimizar a exposição (*hedge*) a oscilações da taxa de juros sobre carteiras de títulos de renda fixa que surge a negociação de contratos futuros de DI. Assim como em qualquer outro instrumento, também existem agentes dispostos a se aproveitar das oscilações nas taxas de juros. Eles formam posições ao longo da curva apostando em determinadas flutuações nas taxas de juros. Esse será o foco do algoritmo a ser modelado ao longo deste trabalho.

O mercado futuro de DI permite, por exemplo, que uma empresa que tenha um passivo pós-fixado possa reduzir a perda decorrente de uma elevação das taxas de juros, efetuando uma compra de contratos (o que equivale a “vender PU”) futuros. Isto porque um aumento de taxa de juros resultará numa queda do PU do DI Futuro.

A operação no mercado futuro de DI também permite uma empresa fixar a taxa de seu empréstimo ficando imune a flutuações posteriores da taxa. É óbvio que, se a taxa cair, a empresa não se beneficiaria dessa queda, pois o que ela lucrará com a redução do custo do empréstimo, pagará em ajustes na bolsa, resultando sempre num custo fixo para a sua operação.

Segue abaixo uma tabela resumindo as principais situações associadas a diferentes posições mantidas no mercado à vista.

Ativo: Pré-fixado • Risco: taxas de juros subirem • Portanto, risco do PU cair • Proteção: Vender PU = Comprar taxa de juros	Passivo: Pré- fixado • Risco: Taxas de Juros caírem • Portanto PU subir • Proteção: comprar PU = Vender taxa de juros
Ativo: Pós-fixado • Risco: Taxas de juros caírem • Portanto PU subir • Proteção: Comprar PU = Vender taxa de juros	Passivo: Pós- fixado • Risco: taxas de Juros subirem • Portanto PU cair • Proteção: Vender PU = Comprar taxa de juros

Quadro 3 – Resumo Posicionamento em Futuros de DI

Cabe ressaltar que, atualmente, no mercado de DI futuro a cotação é expressa pela taxa de juros. Portanto:

- Se o risco é de taxa de juros subir, a operação a ser realizada na BM&F é: Comprar contratos futuros de DI (que significa comprar taxa de juros, ou seja, vender PU)
- Se o risco é de taxa de juros cair, a operação a ser realizada na BM&F é: Vender contratos futuros de DI (que significa vender taxa de juros, ou seja, comprar PU)

Embora, no DI futuro, a cotação/apregoação/negociação, atualmente, seja feita na base de taxa de juros, todos os cálculos de ajuste diário são feitos utilizando-se o PU.

Esses são os conceitos básicos acerca do mercado de contratos futuros de DI negociados na BM&F.

3.10 TAXA FORWARD

Para apresentar o conceito de taxa *forward* será utilizada a seqüência didática utilizada em Prado (2004).

Sendo $I_{t,T}^{efetivo}$ a taxa efetiva, em t , paga por um título sem cupom com vencimento em T , $FV_{t,T}$ o valor de face do título em t que será pago em T e $p_{t,T}$ o preço desse título sem cupom, é possível expressar o relacionamento dessas variáveis da seguinte maneira:

$$I_{t,T}^{efetivo} = \frac{FV_{t,T}}{p_{t,T}} = \frac{1}{p_{t,T}}$$

Para simplificar as demonstrações será utilizado um valor de face de R\$1.

Em um ambiente de composição contínua de juros é possível reescrever a relação acima da seguinte maneira:

$$e^{-I_{t,T}*(T-t)} = p_{t,T} \leftrightarrow I_{t,T} = -\frac{\log p_{t,T}}{(T-t)} \leftrightarrow I_{t,\tau} = -\frac{\log p_{t,\tau}}{\tau}$$

Para facilitar a demonstração passaremos a expressão $(T-t)$ para τ simbolizando taxas anualizadas.

A taxa *forward* é um conceito que surge a partir da possibilidade de combinar títulos com maturidades diferentes para obter determinada rentabilidade no futuro. Manobrando o mercado pela compra e venda hipotética de títulos, é possível, no período t , iniciar um investimento em s que irá render uma quantia em T ao investidor. A taxa de retorno desse investimento é chamada taxa *forward* ou **taxa a termo** e pode muito bem ser interpretada como uma taxa que irá vigorar entre s ($t < s < T$) e T mas foi contratada em t .

Para entender o conceito de taxa *forward*, é modelado o seguinte cenário hipotético:

1. Desejando ter disponível R\$1 em T , o investidor compra, em t , um título com vencimento em T por $p_{t,T}$;

2. É o desejo do investidor iniciar seu investimento apenas em s , e dessa forma ele vende¹⁴, ainda em t , uma quantidade de títulos com vencimento em s , de forma a recuperar o

¹⁴ Assumindo a possibilidade de tomar posições vendidas em títulos.

valor $p_{t,T}$ gasto na compra do outro título. Como o título com vencimento em s custa $p_{t,s}$, o investidor vende $p_{t,T}/p_{t,s}$ títulos com vencimento em s ;

3. Percebe-se que o investidor teve desembolso igual zero em t , pois paga $p_{t,T}$ em títulos com vencimento em T , mas recebe $p_{t,T}$ por títulos vendidos com vencimento em s .

Manobrando matematicamente ¹⁵ as relações propostas pode-se concluir que o retorno de tal investimento é dado por:

$$\frac{1}{(p_{t,s}/p_{t,t})} = e^{f_{t,s,T}^* (T-s)}$$

Onde:

- $f_{t,s,T}$, é a taxa *forward* contratado em t e que vigorará entre s e T ;
- $T-s$, é o período para o qual a taxa *forward* estará ativa.

Observa-se neste modelo que o investidor consegue já no período t realizar um investimento em s , com as taxas que vigoram ainda em t .

Manobrando ¹⁶ matematicamente a equação acima é possível notar que a relação entre a taxa contratada para o futuro e as taxas *spot* é dada por:

$$f_{t,s,T} = \frac{(r^\circ t - rs)}{(t - s)}$$

Onde:

- f , é a taxa futura;
- r° é a taxa *spot* para investimentos em s ;
- r é a taxa *spot* para investimentos em t ;

Lembrando que $t > s$.

Reescrevendo a equação ainda podemos representá-la da seguinte maneira:

¹⁵ Demonstração em maiores detalhes pode ser encontrada em Prado (2004).

¹⁶ Demonstração em Rossi (1996).

$$f_{t,s,T} = r^{\circ} + \frac{(r^{\circ} - r)s}{(t - s)}$$

Ainda aproximando s de t , vemos que r° e r se aproximam conforme:

$$f_{t,s,T} = r^{\circ} + \frac{s\delta r}{\delta t}$$

Essa equação diferencial ilustra a taxa instantânea futura com vencimento em t . Cabe notar que é que ela é uma função da derivada da curva de juros, e essa característica irá requerer uma dose adicional de sofisticação nos modelos apresentados neste trabalho.

3.11 YIELD SPREAD

Outra medida que precisa ser apresentada é o *yield spread* que é obtida pela diferença nas taxas entre dois títulos com vencimentos diferentes.. Seu cálculo pode ser representado por:

$$s_{t,T} = y_{t,T} - r_T$$

- $s_{t,T}$ é o *yield spread*, no período t , entre a taxa de um título sem cupom com vencimento em T e a taxa de curto prazo;
- $y_{t,T}$ é o valor da taxa anualizada de um título sem cupom com vencimento em T ;
- r_T é o valor da taxa livre de risco ou taxa de curto prazo da economia.

O conceito de *yield spread* é uma medida da inclinação da Estrutura à Termo da Taxa de Juros em determinado período do tempo t . Segundo Prado (2004) “está associada ao risco de mercado e à taxa de longo prazo para a economia”. Voltaremos à este conceito mais adiante neste trabalho.

3.12 ESTRUTURA A TERMO DA TAXA DE JUROS

Para estabelecer a relação entre as taxas de juros de curto e longo prazo, consideraremos inicialmente um ambiente sem incerteza, sem custos transacionais e com perfeita visão do futuro, conforme a teoria das expectativas puras. Serão analisadas e comparadas então o retorno de duas estratégias de aplicação financeira.

A primeira alternativa consiste em comprar um título do governo que vence em N , mantendo-o até essa data. Na segunda alternativa, por sua vez, compra-se um título com vencimento mais curto, reinvestindo o principal e os juros na compra de um novo título curto, repetindo sucessivamente esta operação até o fim do período N . Para não ter que considerar o problema de reinvestimento dos juros será utilizado em ambas alternativas títulos de desconto puro (sem cupons intermediários).

Vemos que, nas condições estipuladas para esse cenário, o retorno obtido com as duas estratégias precisa ser o mesmo para que não exista a possibilidade de ocorrência de arbitragem. Nesta seção segue-se Rossi (1996) e Campbell (1995) para demonstrar os conceitos deste capítulo.

Se R_t^N é a taxa de retorno do título longo até seu vencimento e r_t é a taxa de juros do título mais curto (ambas expressas no mesmo período) então vemos que, para que os dois retornos sejam os mesmos, é preciso que:

$$(1 + R_t^N)^N = (1 + r_t) * (1 + r_{t+1}) * \dots * (1 + r_{t+N-1})$$

Aplicando a função logaritmo na função acima temos:

$$N \log (1 + R_t^N) = \log(1 + r_t) + \log(1 + r_{t+1}) \dots + \log (1 + r_{t+N-1})$$

Sabendo que podemos aproximar $x = \log(1+x)$ quando x é pequeno então:

$$R_t^N = \frac{1}{N} (r_t + r_{t+1} + \dots + r_{t+N-1})$$

Podemos ver pela equação acima que a taxa de juros de longo prazo pode ser entendida como uma média aritmética das taxas de juros de curto prazo.

É claro que a taxa de longo prazo corrente será igual a taxa de curto prazo se estas forem constantes até o longo prazo. Por outro lado, se as futuras taxas de curto prazo seguirem trajetórias decrescentes ao longo dos períodos futuros, a taxa de longo prazo corrente (num cenário de perfeita visão do futuro), se situaria abaixo da taxa de curto prazo corrente.

Ainda é possível adicionar incerteza na relação acima. Conforme demonstração de Rossi (1996), num cenário que apenas as taxas de curto prazo e longo prazo corrente estão disponíveis a relação pode ser reescrita na forma:

$$R_t^N = \frac{1}{N} (r_t + E_t r_{t+1} + \dots + E_t r_{t+N-1})$$

Onde o termo E_t surge como a expectativa formada com base nos dados disponíveis em t .

Ainda conforme Rossi (1996), para adicionar o fator de aversão ao risco “seria necessário adicionar uma variável nesta relação para considerar o risco *ex post* do desvio das taxas de juros auferidas em relação às expectativas iniciais”.

Conforme demonstração de Rossi(1996) para 2 períodos, a relação seria descrita da seguinte maneira:

$$R_t^2 = \frac{1}{2} (r_t + E_t r_{t+1}) + \theta$$

Sendo θ um termo constante para o prêmio de risco.

Considerando as expectativas racionais a ponto de incluir o termo ε_{t+1} como um erro de expectativa ortogonal aos dados disponíveis em t é possível escrever a seguinte relação:

$$r_{t+1} = E_t r_{t+1} + \varepsilon_{t+1}$$

Com isso é possível reescrever a equação para 2 períodos da seguinte maneira:

$$r_{t+1} - r_t = \alpha + \beta * (R_t^2 - r_t) + \varepsilon_{t+1}$$

Neste caso, Rossi (1996) conclui que “o spread entre as taxas de curto e longo prazo prevê variações na taxa de curto prazo, com $\beta = 2$.”

Voltando à modelagem inicial no cenário de expectativas puras, será utilizada a capitalização contínua para ilustrar novas propriedades. Como visto anteriormente:

$$PU = \frac{VF}{(1+i)^p}$$

Ou:

$$P_{m,t} = \frac{1}{(1+i)^m}$$

Onde,

- $P_{m,t}$ é o preço do título em t cujo vencimento é em m anos.
- m é o numero de períodos
- i é a taxa de juros

Será demonstrado que a taxa de retorno até o vencimento pode ser aproximada pelo logaritmo natural da taxa de retorno bruta em regime de capitalização contínua. Para demonstrar esse fato será criada $i_{m,n,t}$ como a taxa por período que com capitalização em n vezes no período equivale à taxa i capitalizada uma vez por período:

$$(1+i)^m = \left(1 + \frac{i_{m,n,t}}{n}\right)^{nm}$$

Em regime de capitalização contínua, n é muito pequeno então:

$$\lim_{n \rightarrow \infty} \left(1 + \frac{i_{m,n,t}}{n}\right)^n = e^{i_{m,n,t}}$$

Usando esse resultado na equação anterior:

$$\ln(1+i) = \ln e^{i_{m,n,t}} \Rightarrow i_{mt} = i_{m,n,t}$$

Comprovando que as taxas são equivalentes. Agora utilizando esse resultado na equação inicial (e $p_{mt} = \ln P_{m,t}$) temos:

$$p_{mt} = -m * i_{mt}$$

A data de vencimento do título, m , pode ser entendida como a elasticidade do preço do título com relação à sua taxa de retorno de longo prazo.

Conforme o conceito de *Duration* visto anteriormente, se o título vence em 10 anos, vemos que um aumento de 2% na sua taxa de retorno de longo prazo ocasiona uma queda de 20% no preço do título, enquanto que, para um vencimento de 20 anos, a desvalorização observada seria de 40%.

A diferença entre o preço de compra e o preço de venda é **taxa de retorno por retenção**, que pode ser auferida ao negociar um título antes do seu vencimento. É exatamente o conceito de marcação a mercado.

$$h_{m,t+1} = P_{m-1,t+1} - P_{m,t}$$

Utilizando a capitalização contínua nas relações obtidas anteriormente, é possível reescrever a fórmula acima como:

$$h_{m,t+1} = i_{mt} - (m - 1) (i_{m-1,t+1} - i_{mt})$$

Que ainda pode ser reescrita na forma:

$$i_{mt} = \frac{1}{m} [h_{m,t+1} + (m - 1)i_{m-1,t+1}]$$

Para vários períodos Rossi (1996) ainda demonstra que:

$$i_{mt} = \frac{1}{m} \sum_{i=0}^m h_{m-i,t+i+1}$$

Essa relação ilustra novamente que a taxa de longo prazo apresenta-se como uma média das taxas de retorno pela retenção do título por um período durante os vários períodos até o vencimento do título.

Normalmente, analisa-se o retorno de títulos de longo prazo em função das taxas de curto prazo. Adicionando a taxa de curto prazo i_{1t} para analisar a equação acima vemos:

$$h_{m,t+1} - i_{1t} = i_{mt} - i_{1t} - (m - 1) (i_{m-1,t+1} - i_{mt})$$

Podemos entender $h_{m,t+1} - i_{1t}$ como o excesso de retorno proporcionado por um título de longo prazo enquanto podemos interpretar $i_{mt} - i_{1t}$ como o *yield spread* entre os retornos.

Em geral, as taxas de curto prazo variam bem mais no tempo do que aquelas de longo prazo. A decomposição acima esclarece de forma bem precisa porque existe grande variabilidade no retorno por período de retenção dos títulos de longo prazo apesar da taxa de longo prazo variar menos do que a taxa de curto prazo. Tal resultado, que parece não ser muito lógico em primeira instância, ocorre porque variações nas taxas mais longas resultam em mudanças mais acentuadas em seus respectivos preços, conforme visto no conceito de *Duration* e no fator multiplicativo m (diretamente proporcional à ao prazo até o vencimento do título).

Obviamente, qualquer variação no preço atual de um título de longo prazo terá que ser compensada no futuro com variação nesse preço sentido contrário, com o intuito de se alcançar valor de face do título na data de seu vencimento. Embora essas variações sejam negativamente correlacionadas o excesso de retorno obtido na retenção dos títulos de longo prazo terá sempre um caráter imprevisível. Rossi (1996) comenta que este fato sugere que o investidor se apoia em expectativas a respeito do retorno esperado em títulos com vencimentos mais longos.

Campbell (1995) ilustra bem este conceito comparando um cenário hipotético no qual são oferecidos um título de 30 anos com taxa de 7%, um título de 1 ano com taxa de 4%. A princípio, o título de 30 anos parece o mais rentável. Acontece que, enquanto o retorno de 4% é certo em um ano, o retorno de 7% só é realizado em 30 anos. Campbell (1995) conclui que não é possível comparar os dois investimentos, pois seus horizontes de tempo são diferentes.

Rossi (1996) leva aprofunda essa discussão tentando esclarecer o que acontece quando o título de longo prazo é negociado dentro de um ano. O excesso de 3% de retorno sobre o título de um ano obtido pela retenção de um título de longo prazo durante esse ano seria obtido somente caso a taxa de longo prazo permanecesse inalterada em 7% durante este período. Por outro lado, Rossi (1996) observa que se a taxa de juros de longo prazo subir 0,1% o excesso de retorno obtido na retenção de um título de longo prazo por um ano cai para zero. Nota-se que a

sensibilidade para um título tão longo é altíssima, e qualquer variação maior na taxa de juros neste sentido faria com que esse excesso de retorno ficasse **negativo**. Ou seja, a rentabilidade auferida na retenção de um título de longo prazo durante um ano será menor que a rentabilidade oferecida por um título com vencimento em um ano.

Rossi (1996) ainda analisa a opção representada pela rolagem sucessiva dos títulos de um ano durante 30 anos. Utilizando as fórmulas descritas nessa seção observa-se que, dado o retorno de 4% do primeiro ano, a rentabilidade de 7% oferecida pelo título mais longo só seria obtida se nos outros 29 anos o retorno médio das aplicações de curto prazo fosse de 7,1%¹⁷. É isso que a hipótese das expectativas puras para a ETTJ quer dizer ao sugerir um comportamento que torna idêntico o retorno nas estratégias de investimento de curto e longo prazo.

Concluindo, numa estrutura em que a taxa de longo prazo excede a de curto prazo, a taxa curta deve aumentar gradativamente de modo a gerar uma perda no PU do título de longo prazo compensando a vantagem inicial da diferença entre o retorno dos títulos de curto e longo prazo.

¹⁷ De acordo com as formulas apresentadas nesta seção, a igualdade $(1+0,07)^{30} = (1+0,04)(1+0,071)^{29}$ deve ser obedecida. Em taxas reduzidas é possível aproximar igualdade acima por $30(0,07) = 0,04 + 29(0,071)$.

4 METODOLOGIA

Segundo Prado (2004), o Brasil conviveu durante aproximadamente vinte anos (a partir de 1974) com altas taxas de inflação, que variavam de 10 a 80% ao mês, que não só eram altas como extremamente voláteis. Prado (2004) ainda defende que durante todo esse tempo não houve muito incentivo para o estudo da ETTJ brasileira, pois com taxas de inflação tão grandes, não haveria ambiente propício para o desenvolvimento de um mercado de títulos pré-fixados com vencimentos mais longos. O fato é que o risco associado a se expor à taxas pré-fixadas nesse ambiente volátil é muito grande.

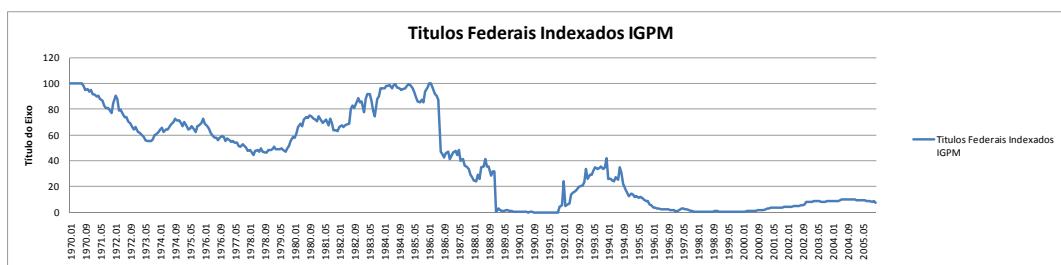


Figura 3 – Inflação no Brasil - Títulos Públicos Indexados ao IGPM.

FONTE: IPEADATA – Autoria Própria

De acordo com Prado (2004) e Barcinski (1998), nessa época, as aplicações pré-fixadas na economia brasileira raramente ultrapassavam um mês. Por esse motivo, Barcinski (1998) defende que até 1994 inexistia um mercado de taxas pré-fixadas que pudesse configurar a uma estrutura a termo impossibilitando um estudo mais profundo e conclusivo da ETTJ brasileira.

Da introdução do plano Real até Janeiro de 1999, a moeda brasileira, por determinação da política cambial adotada, esteve diretamente ligada ao dólar americano, e, por isso a taxa de juros brasileira esteve ancorada à dinâmica da taxa de juros americana. Voltando à equação da paridade descoberta (adicionando um ajuste relacionado ao prêmio de risco-país) vemos:

$$1 + i_t = (1 + i_t^*) * \frac{E_{t+1}^e}{E_t} + \theta$$

Onde θ é a variável prêmio de risco associada à probabilidade de calote na dívida brasileira, o risco país.

Como vimos nas seções anteriores, a relação acima é válida independentemente da adoção de câmbio fixo ou flutuante. Em regimes de câmbio fixos – o caso do Brasil até 1999 –, a autoridade monetária costuma divulgar previamente a expectativa de desvalorização do câmbio. Dessa forma, conforme visto na equação acima, a taxa de juros no Brasil era formada pela taxa de juros americana mais um *spread* de risco. Nesse cenário a taxa de juros brasileira podia ser entendida como função da taxa de juros americana e de um fator risco de crédito, o risco Brasil.

De acordo com Prado (2004), os estudos da ETTJ brasileira nessa época também eram escassos. Nesse cenário é muito mais lógico estudar a ETTJ americana e os fatores que afetavam o risco Brasil do que, de fato, estudar profundamente a ETTJ brasileira.

Como sabemos, a partir de 1999, a taxa de juros de curto prazo brasileira passou a ser um instrumento fundamental para se atingir às metas de inflação determinadas pelo governo federal depois que foram introduzidos o arcabouço monetário de metas e a liberação da flutuação do câmbio. A partir deste ponto, a dinâmica da taxa de juros brasileira e de sua estrutura a termo assumiu um contorno próprio deixando de depender diretamente da taxa de juros americana. Finalmente, nesse cenário, passar a entender melhor a dinâmica dessa nova estrutura a termo passa a ter sua importância reconhecida.

Como dito anteriormente, o presente trabalho tem como objetivo contribuir para um maior entendimento da dinâmica da estrutura a termo da taxa de juros brasileira. Para isso, serão apresentadas as teorias mais utilizadas para a modelagem da estrutura a termo da taxa de juros para poder entender e avaliar qual tipo de modelagem é mais adequado para construir o algoritmo a ser utilizado neste trabalho. Em seguida serão avaliadas as vantagens e desvantagens de cada um dos modelos em explicar a dinâmica da estrutura a termo brasileira ao longo do tempo para poder discutir e comparar diferentes expectativas fornecidas para as decisões de política monetária e, finalmente, elaborar um modelo próprio.

4.1 DEFINIÇÃO DA CURVA

Uma das maneiras de visualizar a curva da Estrutura a Termo da Taxa de Juros de uma economia é tendo acesso às taxas de juros aplicadas nas negociações dos títulos de desconto puro (*zero coupon*) deste governo para diferentes vencimentos/ maturidades.

Utilizaremos a tabela abaixo para ilustrar o nosso exemplo. Ela mostra a taxa negociada para cada vencimento de títulos *zero coupon* da economia brasileira em determinado dia.

Títulos Públicos Federais			
Papel PREFIXADO	LTN - Taxa (% a.a.)/252		
Código SELIC	Data de Vencimento	Tx. Indicativas	PU
100000	7/1/2009	9.1674	995.485380
100000	10/1/2009	9.0273	973.603091
100000	1/1/2010	9.0255	952.800862
100000	4/1/2010	9.2412	931.600899
100000	7/1/2010	9.4908	909.383868
100000	1/1/2011	10.2433	859.248519

Tabela 1 – Preços LTN para 12 de junho de 2009.

Fonte: ANDIMA – Autoria Própria

Como vemos na tabela acima, o governo não emite títulos para todos os vencimentos possíveis e, mesmo se emitisse, nem todos os títulos seriam negociados ou teriam liquidez adequada todos os dias. Dessa forma, para criar liquidez no mercado secundário e atender a preferência da maioria dos investidores por vencimentos específicos o governo prefere concentrar a maior parte da dívida em alguns determinados vencimentos.

Com apenas esses dados só se elabora uma ETTJ incompleta, apenas pontual, que é incapaz de associar diretamente uma taxa de juros para diversos outros vencimentos.

É importante ter a capacidade de se obter uma ETTJ completa ou, ao menos, uma boa aproximação dela porque, para os participantes do mercado de títulos, é imprescindível ter a capacidade de associar à qualquer maturidade uma taxa de juros que vigoraria caso um título do governo tivesse sido negociado naquele vencimento. Na figura abaixo temos a estrutura a termo calculada pela Andima para a tabela acima.

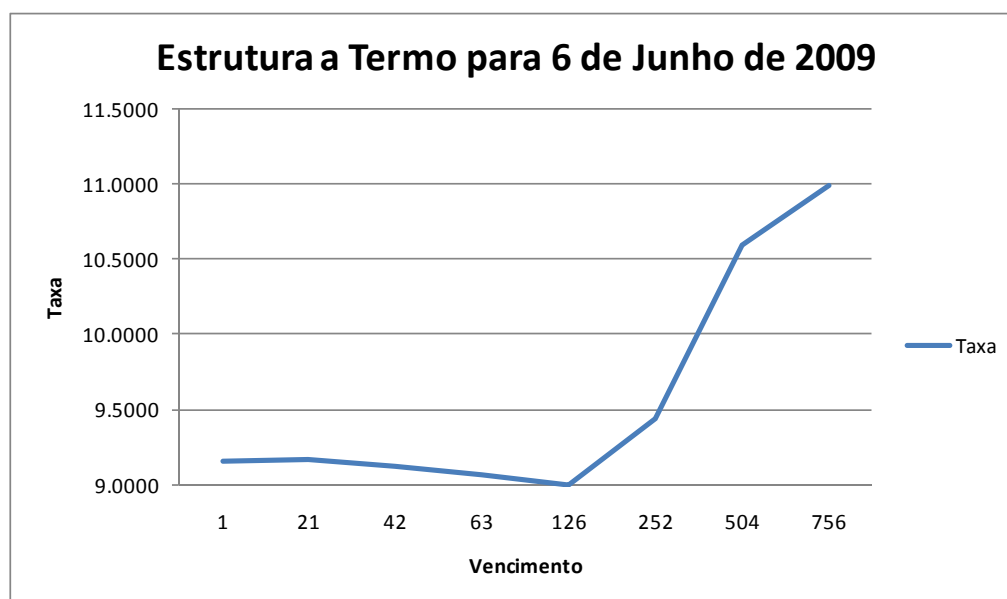


Figura 4 – Estrutura a Termo da Taxa de Juros para 6 de Junho de 2009

FONTE:ANDIMA – Autoria Própria

Existem, basicamente, dois grupos de modelos usados para definir a ETTJ. O primeiro, mais simples é chamado de **modelo estatístico** e busca ajustar o conjunto de taxas à disposição através de alguma função, geralmente um polinômio. O segundo, chamado de **modelo teórico**, trata a evolução de variáveis fundamentais à explicação das taxas de juros e, com argumentos de equilíbrio ou não-arbitragem, chega-se à ETTJ completa.

4.1.1 Modelos Estatísticos

A forma mais comum de gerar a curva da ETTJ é através da **interpolação**. As técnicas de interpolação podem ser as mais variadas, mas usualmente utilizam-se polinômios conhecidos (como os de Legendre ou Bernstein) como funções que atribuem uma taxa de juros para cada vencimento.

O que é feito normalmente é escolher um polinômio com grau suficiente alto para que as taxas calculadas para os vencimentos observados (vértices) tenham bons ajuste às taxas, de fato, reais. Formado esse polinômio, é possível associar para cada vencimento uma taxa de juros.

Segundo Varga (2005) modelos estatísticos simplificados de ajuste da ETTJ são usados desde a década de 30 do século passado, mas, apenas com o trabalho de McCulloch (1971), técnicas quantitativas mais elaboradas passaram a serem empregadas na formulação da ETTJ.

Uma descrição detalhada dos métodos e aplicações recentes para a modelagem da ETTJ pode ser encontrada em Anderson (1996), Almeida (2001) e Varga (2005). Os modelos estatísticos podem ser subdivididos em dois grupos: **Interpolação Exata** e **Interpolação Ajustada**.

4.1.2 Interpolação Exata

O objetivo geral dos modelos estatísticos da ETTJ de **interpolação exata** é o de criar uma função que ligue **todos** os vértices disponíveis de modo que se tenha uma taxa à vista para todos os prazos possíveis. Matematicamente trata-se simplesmente de um problema de interpolação. Qualquer noção de análise numérica¹⁸ permite observar que a classe de polinômios do tipo:

$$P_n(x) = a_n x^n + a_{n-1} x^{n-1} + \dots + a_1 x + a_0$$

em que n é um inteiro não-negativo e $a_0, \dots, a_n$ são constantes, permite ajustar à uma função os pontos dados tão próximo quanto for desejável.

O teorema da aproximação de Weierstrass demonstra que, para uma função contínua f , definida em um conjunto fechado $[a, b]$ e qualquer $\varepsilon > 0$, há um polinômio $P(x)$ que satisfaz:

$$|f(x) - P(x)| < \varepsilon, \forall x \text{ em } [a, b]$$

Esse teorema tem propriedades muito úteis e atraentes para interpolação, pois possibilita a elaboração de uma função que passa por todos os pontos desejados com derivadas e integrais

¹⁸ Burden e Faires (2004), por exemplo.

facilmente calculáveis. Por essas propriedades os polinômios são muito empregados para realizar interpolações. A aproximação de Taylor, a interpolação com polinômio de Lagrange, diferenças divididas e interpolação de Hermite, entre outros são métodos que permitem criar os polinômios desejados.

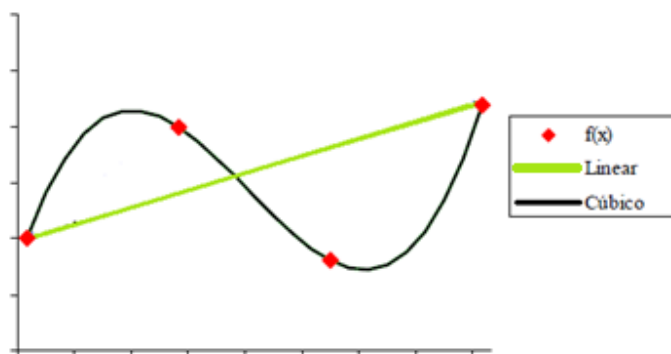


Figura 5 – Comparação Interpolação Polinômio Linear e Cúbico

Segundo Varga (2005), a propriedade oscilatória dos polinômios de alto grau e as altas flutuações geradas restringe o seu uso na interpolação de taxas de juros por eventualmente gerar taxas de juros sem qualquer significado econômico.

Outra abordagem para interpolar um grande número de pontos é a aproximação polinomial seccionada também chamado de *spline*, que consiste em dividir o domínio (neste caso seriam os prazos) em intervalos e construir uma aproximação polinomial para cada um deles. Com isso, é possível obter uma solução com vários polinômios de ordem mais baixa, com pouca flutuação na curva. Outra propriedade interessante desta abordagem é que ela permite a existência de curvaturas diferentes para cada região da curva refletindo melhor o comportamento da ETTJ.

Nesta abordagem o polinômio mais simples é, logicamente, a interpolação linear seccionada, que consiste em juntar todos os pontos por uma série de linhas retas.

O principal defeito da interpolação com esse tipo de polinômio mais simples é não ter diferenciabilidade nos vértices, de modo que a função aproximada evolui com quebras (também chamados de *kinks*) nos vértices.

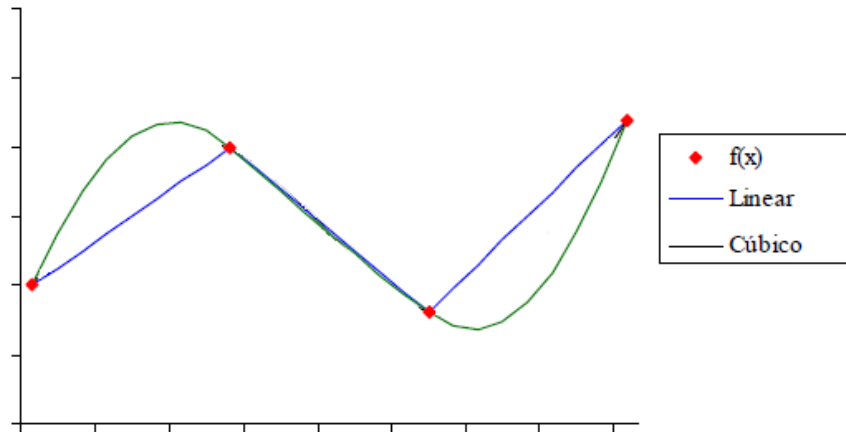


Figura 6 – Comparação Interpolação de *Splines* Lineares e Cúbicos

Seria possível utilizar seções com polinômios quadráticos, mas estes não teriam a segunda derivada contínua. Como vimos anteriormente, a taxa a termo está associada à segunda derivada do preço de um título. Surge então a necessidade em obter uma interpolação, não somente com a primeira derivada contínua, mas com a segunda derivada contínua, com evolução suave. Para isso são utilizados *splines* cúbicos da forma:

$$P_j(x) = d_j(x - x_j)^3 + c_j(x - x_j)^2 + b_j(x - x_j) + a_j$$

Satisfazendo as condições:

$$P(x_j) = f(x_j) \text{ para cada } j = 1, \dots, n$$

$$P_{j+1}(x_{j+1}) = P_j(x_{j+1}) \text{ para cada } j = 1, \dots, n - 2$$

$$P'_{j+1}(x_{j+1}) = P'_j(x_{j+1}) \text{ para cada } j = 1, \dots, n - 2$$

$$P''_{j+1}(x_{j+1}) = P''_j(x_{j+1}) \text{ para cada } j = 1, \dots, n - 2$$

Soma-se às condições acima:

$$P''(x_1) = P''(x_n) = 0 \text{ ou}$$

$$P''(x_1) = P'(x_n) = 0$$

Conforme Varga (2005), nesta segunda condição, a ETTJ é forçada a ser localmente constante no vértice final. Com essa condição final modificada tem-se o chamado *C-Spline* financeiro.

Na interpolação *C-Spline*, a curva de taxa *spot* e de possuem evolução suave (derivável), mas o mesmo não ocorre com a curva de taxas a termo resultante de tal interpolação, que ficam com quebras. Para ter uma interpolação com suavidade nas taxas a termo seria necessário mais um grau no polinômio. Segundo Varga (2005), Adams e Deventer (1994) chegam até a construir um polinômio quártico, que garante a suavidade máxima da curva de taxas a termo. Embora graus maiores no polinômio gerem uma ET mais suave, as variações maiores nos extremos acabam caindo novamente no problema de taxas sem significado econômico (que é o problema original que faz com que opte-se pela utilização de *splines*). É possível verificar então a existência de um *trade-off* entre suavidade e oscilação da ET que Fisher *et al* (1995) estuda mais a fundo.

Finalmente, existe outro procedimento chamado de **interpolação exponencial**¹⁹ que, segundo Varga (2005) foi proposta por Coleman *et al* (1992) e Maltz (2002) que trata a taxa a termo como uma função constante entre as seções definidas pelos vértices. Em termos de precificação dos títulos, tal modelo pode ser entendida como a média geométrica dos preços adjacentes ao preço está sendo interpolado:

$$\delta(t) = e^{-(f_1 t_1 + f_2 (t_2 - t_1) + \dots + f_k (t - t_k))} \text{ para } t_k < t < t_{k+1}$$

$E f_k$ é suposta constante no intervalo (t_k, t_{k+1})

¹⁹ Existem outras interpolações chamadas de exponenciais, como aquelas propostas por Vasicek e Fong (1982) ou Chambers *et al* (1984)

Esse é o método mais usado no Brasil²⁰, e também é conhecido no mercado como interpolação *flat forward*.

Neste método, as taxas conhecidas são vértices fixos e, a partir disso, é feito um ajuste exato decompondo as taxas entre os vértices por dias úteis, segundo o critério de juro composto discreto. Supondo que as taxas a termo diárias são capitalizadas e constantes, para chegar às taxas *spot* entre os vértices, a taxa de qualquer prazo t é dada por:

$$i_t = \left[\left(\frac{(1 + i_{k+1})^{t_{k+1}}}{(1 + i_k)^{t_k}} \right)^{\frac{t-t_k}{t_{k+1}-t_k}} (1 + i_k)^{t_k} \right]^{\frac{1}{t}} - 1$$

Em que i_t é a taxa anual discreta do período t (vértice t), o período t é definido em dias úteis sobre 252.

Podemos ver que o termo:

$$\left(\frac{(1 + i_{k+1})^{t_{k+1}}}{(1 + i_k)^{t_k}} \right)^{\frac{t-t_k}{t_{k+1}-t_k}}$$

Indica que a taxa a termo é constante.

Esse é o método recomendado pelo Banco Central²¹, e é o mais utilizado pelo mercado Brasileiro. Vemos que, enquanto as taxas interpoladas por uma *C-Spline* variam suavemente ao longo do tempo, as taxas calculadas a partir da interpolação *flat-forward* sofrem saltos ao redor de cada vértice. Essa é a principal crítica à esse método de interpolação, uma vez que esses saltos, da forma que são propostos não possuem nenhum sentido econômico. Varga (2003) argumenta que mesmo em eventos, como a reunião do COPOM, teriam uma interpretação ruim na interpolação *flat forward*, pois se essa reunião ocorresse entre 2 vértices o mercado estaria sempre indicando que não espera nenhuma alteração na taxa de curto prazo posterior à reunião. Esse é o principal problema que será contornado nas modelagem proposta nas próximas seções deste trabalho.

²⁰ Vide nota técnica da circular 2872 do Banco Central do Brasil.

²¹ Recomendação pode ser encontrada na Nota técnica da circular 2972 do BACEN

4.1.3 Interpolação Ajustada

O outro tipo de modelagem estatística relaxa a restrição de que a curva passe por **todos** os pontos, mas ainda busca uma curva (polinômio) se ajuste a um grupo de pontos (vértices) selecionados. Na Interpolação Ajustada **apenas alguns vértices** são selecionados e a curva é ajustada para passar por esses vértices, enquanto os outros não necessariamente se encontram exatamente na curva gerada. Nesse tipo de modelagem o raciocínio parte do princípio que temos à disposição mais pontos do que o necessário para uma interpolação adequada e que os parâmetros das equações que definirão a ETTJ terão muito mais informações do que o necessário.

Os critérios para chegar-se aos parâmetros podem ser os mais diversos, como a minimização dos erros quadráticos²², por exemplo. Logicamente, os coeficientes das equações que definem a ETTJ são gerados com o objetivo de minimizar a soma dos resíduos. Como dito anteriormente, o número de observações (pontos) deve ser maior do que o número de vértices e polinômio pode ser seccionado ou não. Uma descrição detalhada desse método com base em interpolação polinomial cúbica pode ser vista em Poirier (1973) e Varga (2005).

A lógica na construção matemática da curva não difere muito daquela utilizada na interpolação exata. O ponto crucial neste caso é escolher a quantidade de vértices a ser utilizado. Enquanto uma quantidade muito pequena de vértices pode gerar curvas irreais (deixando muitos pontos de fora), a inclusão de muitos (ou todos) os pontos disponíveis no desenho da ETTJ, possivelmente inclui pontos que deveriam estar fora da curva por motivos de liquidez, crédito ou não-sincronismo.

Um exemplo dado por Varga (2005) é McCulloch (1975) que propõe um modelo utilizando *splines* cúbicos (garantem evolução suave das taxas a termo) que define a escolha de vértices seguindo o critério dos mínimos quadrados ordinários, buscando um conjunto de polinômios quadráticos que gerem o melhor ajuste possível.

Outra solução muito utilizada para obter uma interpolação ajustada da ETTJ representa a taxa a termo como uma função exponencial e a taxa spot é obtida através da integração da

²² O erro é a diferença entre o valor gerado pela interpolação e o valor observado dos pontos que não são os vértices

mesma. Esse raciocínio entende a taxa spot como uma média das taxas a termo. A força desse modelo reside no fato que a curva pode ser gerada com poucos parâmetros e independe de vértices predefinidos. Segundo Varga (2005), esse modelo foi apresentado por Nelson e Siegel (1987) - NS e, posteriormente, aperfeiçoado por diversos outros autores. Como dito anteriormente, o modelo NS parte da taxa a termo f , que depende exponencialmente do prazo segundo:

$$f(m) = \beta_0 + \beta_1 e^{\left(-\frac{m}{\tau}\right)} + \beta_2 \left[\left(\frac{m}{\tau}\right) e^{\left(-\frac{m}{\tau}\right)}\right]$$

Em que, β_0 , β_1 , β_2 e τ são os parâmetros a serem estimados.

Para chegar à taxa *spot*, integra-se entre a data inicial e data x para a qual queremos obter a taxa *spot* e obtém-se a seguinte fórmula para a taxa *spot*:

$$r(m) = \beta_0 + \beta_1 \frac{\left[1 - e^{\left(-\frac{m}{\tau}\right)}\right]}{\left(\frac{m}{\tau}\right)} + \beta_2 \left\{ \frac{\left[1 - e^{\left(-\frac{m}{\tau}\right)}\right]}{\left(\frac{m}{\tau}\right)} - e^{\left(-\frac{m}{\tau}\right)} \right\}$$

Temos uma única função explicando toda a ETTJ usando apenas os parâmetros β_0 , β_1 , β_2 e τ .

Interpretando a equação acima, vemos que o parâmetro β_0 define o **nível** da taxa de juros e pode ser evidenciado tomando o limite da equação m tende a ∞ .

$$\beta_1 \frac{\left[1 - e^{\left(-\frac{m}{\tau}\right)}\right]}{\left(\frac{m}{\tau}\right)}$$

Vemos que a parcela acima reflete a **inclinação** da ET, pois é facilmente observado o forte impacto aplicado na taxa de curto prazo, pois começa com o valor 1,0 e decai rapidamente até zero.

$$\beta_2 \left\{ \frac{\left[1 - e^{\left(-\frac{m}{\tau}\right)}\right]}{\left(\frac{m}{\tau}\right)} - e^{\left(-\frac{m}{\tau}\right)} \right\}$$

Vemos que a função acima começa em zero e cresce e depois decai até zero. Tal fator tem forte impacto na taxa de médio prazo e reflete a **curvatura** da ET. Os fatores β_0 , β_1 e β_2 determinarão qual o impacto do nível, inclinação e curvatura nessa ETTJ.

Segundo Varga (2005), Nelson e Siegel (1987) argumentam que os parâmetros, apesar da característica não linear, podem ser estimados por diversos procedimentos de minimização de erros. O exemplo sugerido por Varga (2005) utiliza uma matriz de valores para τ nas quais serão procurados β_0 , β_1 e β_2 que possuem melhor ajuste às taxas *spot* disponíveis. Dessa forma, as variáveis são estimadas pela minimização dos erros entre as taxas do modelo e as taxas observadas no mercado ou minimizando-se o erro entre o preço de mercado e o preço estimado no modelo.

Varga (2005) comenta algumas das modificações que foram feitas a esse modelo. Svensson (1994), por exemplo, adiciona novos termos (β_3 e τ_2) à curva de taxas a termo para chegar a uma descrição mais flexível da ETTJ, possibilitando uma análise mais profunda, especialmente para fins de política monetária.

Uma crítica levantada por Brown e Schaefer (2000) contra os modelos NS é de que estes não obedecem ao fato que as taxas a termo não podem ter inclinação negativa ou outras limitações de não arbitragem.

Como vimos ao longo desta seção, a seleção do modelo mais adequado a ser utilizado irá depender demais da aplicação e finalidade da análise a ser realizada. De acordo com Varga (2005), modelos NS apresentam-se mais adequados para análises de política monetária e macroeconômicas (pela simplicidade na utilização) enquanto a avaliação dos preços dos títulos no mercado requer um modelo que englobe mais informações para mostrar alguma eficiência.

4.1.4 Modelos Teóricos

Como vimos na seção anterior, a formação da ETTJ por interpolação não está impondo qualquer restrição de equilíbrio ou não-arbitragem e os resultados, assim obtidos, podem admitir oportunidades de arbitragem. Essa é uma característica não desejável em modelos que procurem dar preços a diferentes ativos ou explicar profundamente a dinâmica temporal de uma ETTJ.

A utilização de modelos teóricos na ETTJ é baseada na consistência dos resultados gerados com hipóteses de não-arbitragem, além disso, vários dos parâmetros desses modelos carregam diversas informações que agregam valor à análise, como risco do mercado e a taxa de juros de longo prazo da economia, por exemplo. Por outro lado, os modelos teóricos impõem certas restrições que não garantirão que as taxas teóricas sejam idênticas às taxas de fato estão sendo praticadas no mercado. De acordo com Prado (2004) essa característica acaba impedindo o uso mais amplo no mercado financeiro desses modelos, pois a principal demanda é que o modelo da ETTJ se ajuste perfeitamente às taxas observadas no mercado.

Os modelos teóricos da ETTJ são construídos a partir de uma equação diferencial estocástica para fatores da economia que, pelas restrições de não arbitragem ou de equilíbrio, geram um conjunto de funções que explica a dinâmica da ETTJ ao longo do tempo como função desses fatores da economia. O modelo teórico da ETTJ normalmente fornecerá uma expressão que, para cada período do tempo t , fornece uma função que associa a maturidade T a uma taxa de juros.

Um modelo teórico não tem a necessidade se ajustar perfeitamente à ETTJ observada da economia, porque o modelo, ao invés de obrigar aderência às taxas observadas, é construído a partir de restrições em relação à:

- dinâmica dos fatores e estados que formam a taxa de curto prazo ;
- correlações entre as várias taxas de mais longo prazo que formam a ETTJ a cada período do tempo;

Segundo Prado (2004), modelos construídos em cima de hipóteses de **equilíbrio** normalmente são baseadas em especificações para a função de produção da economia e para a função de utilidade dos consumidores²³.

Resolvendo esse problema de equilíbrio, é obtida a equação estocástica que determina a dinâmica da taxa de curto prazo e/ ou livre de risco da economia para modelos teóricos de equilíbrio. O problema reside no fato que somente após essa resolução que se obtém uma formulação funcional para a ETTJ. Prado (2004) comenta que essa necessidade da resolução de um problema de equilíbrio para a obtenção da função da ETTJ mostra que a modelagem da estrutura a partir dessas condições de equilíbrio pode se tornar bastante trabalhosa.

De acordo com Prado (2004), devido ao grande trabalho para obter uma função da ETTJ por modelos de equilíbrio, a literatura teórica atual tem se baseado principalmente no estudo de modelos obtidos por argumentos de não-arbitragem. Conforme Prado (2004), a formulação de modelos fundamentados por argumentos de não-arbitragem necessitaria de 3 ingredientes fundamentais:

- I. Equações diferenciais estocásticas para cada um dos fatores da economia.
Obviamente, em modelos de um fator, a taxa de curto prazo é o único fator da economia. Essa abordagem não requer a formulação de uma função que determina a taxa de curto prazo a partir dos fatores da economia.
- II. Função que determina a dinâmica da taxa de curto prazo da economia a partir dos fatores da economia;
- III. Forma funcional para o preço do risco de mercado.

Com esses três fundamentos e a utilização de hipótese de não-arbitragem²⁴, é elaborado um conjunto de funções para a ETTJ que estipula para cada vencimento uma taxa de juros.

É interessante ressaltar que Heath, Jarrow e Morton (1992) defendem que as equações especificadas nos modelos baseados em hipóteses de não-arbitragem podem ser obtidas pela

²³ Em trabalhos relacionados à ETTJ essas especificações são usualmente funções estocásticas em que a incerteza é modelada a partir de um movimento browniano.

²⁴ Uma restrição equivalente à hipótese de não arbitragem é a hipótese de existência de uma medida neutra ao risco.

resolução de um modelo de equilíbrio. Nesse sentido, a teoria de modelos baseados em não-arbitragem englobaria parte da teoria de modelos de equilíbrio.

Em geral, a estrutura para a elaboração de qualquer modelo derivado por não arbitragem é esta. As diferenças de cada modelo vêm das diferentes composições para a taxa livre de risco/fatores e das diferentes especificações para o preço do risco de mercado afetando a dinâmica dos fatores sob a medida neutra ao risco.

De acordo com Prado (2004), a especificação mais popular nessa área tem sido a especificação proposta por Duffie e Kan (1996), na qual a ETTJ é dada como uma função dos fatores da economia, tomando a forma que é utilizada pelos modelos mais clássicos da teoria da ETTJ, como Cox, Ingersoll and Ross (1985), Vasicek (1977), entre outros. Prado (2004) apresenta o modelo de Vasicek(1977) como o modelo clássico da literatura de não-arbitragem e Cox, Ingersoll and Ross (1985) como o modelo clássico da literatura de equilíbrio.

Prado (2004) ainda defende que os modelos de ETTJ mais avançados utilizados hoje em dia são as variantes dos modelos de Black, Derman e Toy (1990) e de Heath, Jarrow e Morton (1992). Enquanto o modelo BDT é um modelo unifatorial para a taxa de curto prazo parametrizado pela taxa de curto prazo, o modelo HJM captura toda a dinâmica da ETTJ expressando as condições de não arbitragem através de funções de volatilidade. Ambos os modelos requerem um grande poder computacional e grande esforço para calibrá-los.

5 APLICAÇÃO DA METODOLOGIA E APRESENTAÇÃO DOS RESULTADOS

É nesta seção que iremos finalmente utilizar os métodos e conceitos vistos ao longo dos capítulos anteriores para formular ferramentas que possibilitem o entendimento da expectativa de mercado acerca das reuniões do COPOM que definirão a taxa de juros de curto prazo que vigorará até a próxima reunião.

Com esse objetivo em mente, serão propostas formas de obter do mercado suas expectativas a respeito das mudanças na taxa de juros de curto prazo.

Uma primeira forma de obter a expectativa de mercado é, obviamente, realizar uma pesquisa a respeito das expectativas de mercado.

5.1 RELATÓRIO FOCUS

O relatório FOCUS é um relatório que é divulgado semanalmente pelo Banco Central desde Janeiro de 2001. Ele apresenta os resultados da pesquisa semanal realizada pelo Banco Central com aproximadamente cem instituições financeiras discorrendo sobre as expectativas dos mesmos, em relação a diversos aspectos da economia brasileira, como índices de inflação (IPCA, IGPM), taxa de câmbio, crescimento do PIB, produção industrial, balança comercial e etc.

É um relatório que vem evoluindo gradativamente e que, a partir de maio de 2003, passou a mostrar claramente a expectativa das instituições do mercado para a meta da taxa SELIC²⁵.

Vemos então que podemos extrair do relatório FOCUS a expectativa do mercado para o resultado do COPOM, uma vez que, a partir de 2003, este também passou a mostrar a mediana agregada expectativa média do mercado para a meta da taxa SELIC.

²⁵No começo, o relatório FOCUS mostrava apenas as expectativas de longo prazo. Eram divulgadas expectativas do mercado para o final do ano corrente e também para o final do ano seguinte.

Cabe ressaltar que o BACEN reconhece a capacidade de previsão das instituições participantes da pesquisa de expectativas com a criação de rankings divulgando no relatório uma seção com a expectativa compilada para apenas as cinco instituições com melhor colocação no ranking²⁶.

Conforme o Banco Central, no ranking de curto prazo, com defasagem de um mês em relação à publicação do indicador, avalia-se a precisão das projeções nos últimos seis meses. O ranking de médio prazo considera a precisão média das projeções de três períodos consecutivos de quatro meses em relação aos resultados efetivos de três meses – o mês de referência e os dois meses que o antecedem. O ranking de longo prazo considera a precisão das projeções informadas em 12 meses para o indicador anual publicado no mês de janeiro subsequente. Para os rankings de curto e médio prazo, além da divulgação mensal, divulgam-se rankings anuais com base nos desvios mensais referentes a cada um dos meses do ano civil, de janeiro a dezembro.

Como o objetivo deste trabalho é coletar as expectativas de curto prazo, então prosseguimos à comparação das expectativas divulgadas pelo relatório FOCUS desde que essas passaram a ser divulgadas de forma agregada.

Devemos comparar, para cada uma das **68** reuniões do COPOM ocorridas desde Maio de 2003, a expectativa divulgada pelo FOCUS com seu respectivo resultado.

Com isso é possível formular a tabela abaixo:

²⁶ No site do BACEN pode ser encontrado um documento que detalha com muita clareza como é elaborada a classificação dessas instituições no ranking.

DATAS COPOM	PREVISAO FOCUS		RESULTADO COPOM		
2º Dia Reuniao	SELIC	VARIACAO	SELIC	VARIACAO	DIFERENCA FOCUS
21-mai-03	26.50	0.00	26.50	0.00	-
18-jun-03	26.00	-0.50	26.00	-0.50	-
23-jul-03	24.25	-1.75	24.50	-1.50	0.25
20-ago-03	22.00	-2.50	22.00	-2.50	-
17-set-03	20.25	-1.75	20.00	-2.00	0.25
22-out-03	19.00	-1.00	19.00	-1.00	-
19-nov-03	18.00	-1.00	17.50	-1.50	0.50
17-dez-03	16.00	-1.50	16.50	-1.00	0.50
21-jan-04	16.00	-0.50	16.50	0.00	0.50
18-fev-04	16.50	0.00	16.50	0.00	-
17-mar-04	16.50	0.00	16.25	-0.25	0.25
14-abr-04	15.50	-0.75	16.00	-0.25	0.50
19-mai-04	15.50	-0.50	16.00	0.00	0.50
16-jun-04	16.00	0.00	16.00	0.00	-
21-jul-04	16.00	0.00	16.00	0.00	-
18-ago-04	16.00	0.00	16.00	0.00	-
15-set-04	16.25	0.25	16.25	0.25	-
20-out-04	16.50	0.25	16.75	0.50	0.25
17-nov-04	17.25	0.50	17.25	0.50	-
15-dez-04	17.75	0.50	17.75	0.50	-
19-jan-05	18.25	0.50	18.25	0.50	-
16-fev-05	18.75	0.50	18.75	0.50	-
16-mar-05	19.25	0.50	19.25	0.50	-
20-abr-05	19.25	0.00	19.50	0.25	0.25
18-mai-05	19.50	0.00	19.75	0.25	0.25
15-jun-05	19.75	0.00	19.75	0.00	-
20-jul-05	19.75	0.00	19.75	0.00	-
17-ago-05	19.75	0.00	19.75	0.00	-
14-set-05	19.50	-0.25	19.50	-0.25	-
19-out-05	19.25	-0.25	19.00	-0.50	0.25
23-nov-05	18.50	-0.50	18.50	-0.50	-
14-dez-05	18.00	-0.50	18.00	-0.50	-
18-jan-06	17.25	-0.75	17.25	-0.75	-
8-mar-06	16.50	-0.75	16.50	-0.75	-
19-abr-06	15.75	-0.75	15.75	-0.75	-
31-mai-06	15.25	-0.50	15.25	-0.50	-
19-jul-06	14.75	-0.50	14.75	-0.50	-
30-ago-06	14.50	-0.25	14.25	-0.50	0.25
18-out-06	13.75	-0.50	13.75	-0.50	-
29-nov-06	13.25	-0.50	13.25	-0.50	-
24-jan-07	13.00	-0.25	13.00	-0.25	-
7-mar-07	12.75	-0.25	12.75	-0.25	-
18-abr-07	12.50	-0.25	12.50	-0.25	-
6-jun-07	12.00	-0.50	12.00	-0.50	-
18-jul-07	11.50	-0.50	11.50	-0.50	-
5-set-07	11.25	-0.25	11.25	-0.25	-
17-out-07	11.00	-0.25	11.25	0.00	0.25
5-dez-07	11.25	0.00	11.25	0.00	-
23-jan-08	11.25	0.00	11.25	0.00	-
5-mar-08	11.25	0.00	11.25	0.00	-
16-abr-08	11.50	0.25	11.75	0.50	0.25
4-jun-08	12.25	0.50	12.25	0.50	-
23-jul-08	12.75	0.50	13.00	0.75	0.25
10-set-08	13.75	0.75	13.75	0.75	-
29-out-08	14.00	0.25	13.75	0.00	0.25
10-dez-08	13.75	0.00	13.75	0.00	-
21-jan-09	13.25	-0.50	12.75	-1.00	0.50
11-mar-09	11.75	-1.00	11.25	-1.50	0.50
29-abr-09	10.25	-1.00	10.25	-1.00	-
10-jun-09	9.50	-0.75	9.25	-1.00	0.25
22-jul-09	8.75	-0.50	8.75	-0.50	-
2-set-09	8.75	0.00	8.75	0.00	-
21-out-09	8.75	0.00	8.75	0.00	-
9-dez-09	8.75	0.00	8.75	0.00	-
27-jan-10	8.75	0.00	8.75	0.00	-
17-mar-10	8.75	0.00	8.75	0.00	-
28-abr-10	9.25	0.50	9.50	0.75	0.25
9-jun-10	10.25	0.75	10.25	0.75	-

Tabela 2 – Comparação COPOM *versus* Relatório FOCUS

FONTE: BACEN – Autoria Própria

Podemos observar que a expectativa fornecida pelo relatório FOCUS é bastante precisa. A média dos erros no período analisado foi de **0,10%** (menor do que a variação mínima da SELIC), e o resultado mais provável estipulado pelo mercado esteve correto em **67,65%** das vezes.

Obviamente, esses números não terão grande significado se não puderem ser comparados com outras estimativas.

5.2 UTILIZAÇÃO DE CONTRATOS FUTUROS DE DI

Uma alternativa possível para extrair a expectativa do mercado é utilizar a estrutura a termo da taxa de juros negociada no mercado.

Como vimos nas seções anteriores deste trabalho, a estrutura a termo da taxa de juros pode ser construída de diversas maneiras, utilizando títulos públicos, contratos de SWAP, contratos futuros de DI entre outros instrumentos e derivativos associados às taxas de juros brasileiras.

Nesta seção a estrutura a termo utilizada será construída a partir dos Contratos Futuros de Taxa Média de Depósitos Interfinanceiros de Um Dia.

Apesar dos modelos da literatura de referência tomarem, conforme Fraletti (2004), as taxas dos títulos públicos como base para formulação da estrutura a termo da curva de juros, será utilizado como *proxy* do mercado de títulos o mercado de contratos futuros de DI. Como se sabe, o mercado de títulos públicos pré-fixados não possui negociações em diversos prazos, assim como não possui boa liquidez para todos os ativos. Por outro lado, o mercado de juros futuro possui grande grau de associação com os títulos públicos no mercado brasileiro, além de possuir liquidez e vencimentos para uma quantidade razoável de vértices da estrutura a termo.

Conforme Fraletti (2004), a diferença entre a taxa de juros dos títulos públicos e dos contratos futuros reside no descolamento entre o CDI e a SELIC, que pode ser entendido como prêmio que o mercado exige para ter o papel em detrimento do derivativo mais líquido. Existem muitas discussões a respeito do spread CDI/SELIC, mas eles fogem do escopo deste trabalho. O fato é que, como pode ser observado na figura abaixo, esse descolamento tem uma média histórica de seis pontos base (0,06%) e é possível considerar que o mercado de CDI over acompanha o mercado de SELIC over. O importante é que os dois riscos de crédito podem ser considerados (vide Fraletti 2004) praticamente equivalentes:

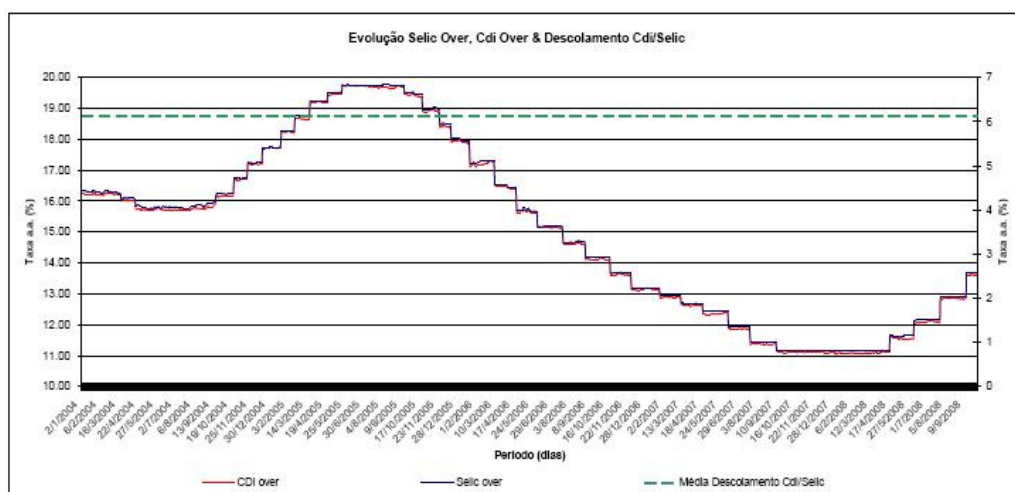


Figura 7 – CDI, SELIC e Descolamento

FONTE: www.cetip.com.br **AUTOR:**Barbosa (2008)

Fraletti (2004) conclui que é através da taxa *CDI-over* que o mercado financeiro brasileiro deve obter a sua Estrutura a Termo das Taxas de Juros para a economia brasileira. Segundo o mesmo, a prática mais correta e mais difundida seria a utilização da curva de juros obtida nas taxas praticadas nos instrumentos derivativos associados ao *CDI-over*, como os contratos DI-Futuro ou Swap DI x Pré. A utilização dos derivativos tem como objetivo utilizar instrumentos mais líquidos e que refletem melhor a curva real de juros brasileira dada a escassez e baixo volume de negociação de instrumentos de renda fixa prefixados no Brasil.

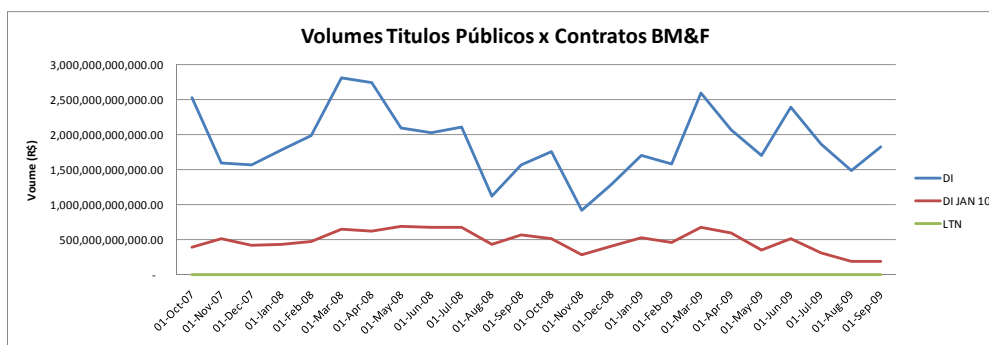


Figura 8 – Comparativo de Volume Financeiro Médio Mensal no Mercado Secundário de Títulos Públicos versus Mercado de contratos futuros de Juros

FONTE: Andima, Bloomberg e BM&F – Autoria Própria

Como vemos no gráfico acima o, os volumes financeiros negociados no mercado de juros futuros são muito mais altos do que os volumes negociados no mercado secundário de títulos públicos. Vemos que apenas um vencimento de futuro (Janeiro 10 no exemplo) tem um volume de negociação muito maior que todo o mercado secundário de títulos públicos. Dessa forma, fica claro que o mercado de contratos futuros de DI negociado na BM&F é mais líquido e representativo do que o mercado de títulos públicos para a definição da estrutura a termo da taxa de juros brasileira.

O mercado, ao negociar os contratos futuros de DI forma expectativas em relação ao futuro da taxa de juros que é incorporada na precificação de cada contrato, assim como acontece com qualquer outro instrumento²⁷. Será formulado, a seguir, um modelo que extrai da precificação do contrato futuro a expectativa do mercado em relação às reuniões do COPOM.

5.3 FORMAÇÃO DA CURVA

O objetivo deste trabalho é analisar a expectativa dos rumos de curto prazo da Política Monetária e, para isso, utilizaremos a curva de contratos futuros de DI.

Observando os conceitos contemplados nas seções anteriores é possível elaborar um modelo que se adéqua muito bem a realidade e permite uma análise mais profunda da expectativa das decisões do COPOM.

5.3.1 O Modelo

Vimos nas seções anteriores deste trabalho de formatura que a taxa de juro de curto prazo é fixada pelo COPOM e vigorará durante todo período (atualmente maior que um mês) entre as reuniões ordinárias. Isso quer dizer que a taxa de juros de curto prazo pode ser considerada praticamente **constante** no período entre as reuniões do COPOM.

²⁷ Ações, por exemplo incorporam expectativas de desempenhos futuros para atribuição do valor da empresa.

Pela Hipótese das Expectativas Puras é possível considerar que títulos de longo prazo e de curto prazo seriam perfeitamente substituíveis e, dessa forma, a taxa de juros de longo prazo deve ser vista como uma média da taxa de juros atual e das taxas de juros de curto prazo esperadas para o futuro.

Podemos lembrar também da revisão bibliográfica que existe um modelo de interpolação chamado *flat forward*, que entende as taxas a termo como constantes entre os vértices a serem ajustados na interpolação.

As observações acima nos permitem perceber que é possível realizar algumas manobras matemáticas para criar um modelo que permite extrair do derivativo negociado hoje a expectativa negociada para o resultado da reunião do COPOM futura.

Dessa forma, às vésperas da reunião do COPOM, podemos interpretar a taxa negociada no contrato futuro de DI com vencimento mais próximo como uma média entre a taxa DI over vigente e a taxa DI over esperada para o próximo período.

Ao invés de utilizar a interpolação *flat forward* para modelar a curva ajustando os saltos na taxa *forward* aos vértices dos futuros, estamos agora ajustando à curva de forma que os saltos se **ajustem às reuniões do COPOM** (que é onde, de fato, esses saltos ocorrem), mantendo as taxas de curto prazo constantes ao longo desses períodos.

A interpolação *flat forward* irá manter as taxas a termo constantes entre as reuniões do COPOM, mas estas serão descontínuas nessas datas.

É um modelo que se adéqua fielmente à realidade, uma vez que as taxas de curto prazo sofrem saltos de acordo com o resultado das reuniões do COPOM e se manterão praticamente constantes até a próxima reunião.

Para visualizar melhor o que será feito nesta seção, é preciso voltar à formula exposta na seção 3.12 revisão bibliográfica:

$$(1 + R_t^N)^N = (1 + r_t)(1 + r_{t+1}) \dots (1 + r_{t+N-1})$$

Adaptando-a para o nosso cenário temos:

$$(1 + R_t)^{\frac{N}{252}} = (1 + DI_t)^{\frac{D}{252}}(1 + R_E)^{\frac{N-D}{252}}$$

Onde:

- R_t é a taxa negociada para o contrato futuro de vencimento mais próximo;
- N é o numero de dias até o vencimento deste contrato futuro;
- DI_t é a taxa over vigente;
- D é numero de dias até a reunião do COPOM;
- R_E é a taxa *forward* esperada para o período vigente após a reunião do COPOM;

No dia 07 de Março de 2006, por exemplo, podemos observar a seguinte configuração da curva para o curto prazo:

- DI – 17.27% a.a
- Data da próxima reunião do COPOM – 08 de Março de 2006
- Taxa do futuro de DI com vencimento em Abril de 2006 - 16.53%

Sabendo que existem dois dias úteis até a divulgação do resultado da reunião do COPOM²⁸, e que o contrato futuro vence em 19 dias úteis (portanto, com apenas uma reunião do COPOM até o vencimento²⁹ do mesmo) podemos extrair a taxa *forward* esperada resolvendo a equação acima utilizando esses dados fornecidos:

$$(1 + 16,53\%)^{\frac{19}{252}} = (1 + 17,27\%)^{\frac{2}{252}}(1 + R_E)^{\frac{17}{252}}$$

²⁸ Nesse caso o resultado é divulgado ao final do dia 8 de Março de 2006, mas a taxa só começa a ser aplicada no dia útil seguinte.

²⁹ Como as reuniões do COPOM acontecem a cada 42-49 dias, um contrato futuro de DI terá, no máximo, uma reunião do COPOM durante o período em que este é o contrato mais curto negociado no mercado.

A expectativa negociada pelo mercado obtida através da resolução desta equação é 16,44%. Ou seja, o mercado negocia um corte de $17,27\% - 16,44\% = 0,83\%$, em média, na taxa de juros de curto prazo.

5.4 BASE DE DADOS UTILIZADA

Agora, com um início de modelo bem estruturado, é possível comparar essas expectativas com aquelas fornecidas pelo relatório FOCUS.

Para a realização deste trabalho foram utilizadas as séries históricas fornecidas pela BM&F em seu site na internet. Foram coletados os dados desde a metade de 2003³⁰, totalizando 68 reuniões analisadas. No site da BM&F são fornecidos apenas os PU's de fechamento de cada contrato. Como vimos anteriormente, os PU's são convertidos para a taxa anualizada pela fórmula abaixo, considerando a base de 252 dias uteis utilizada no calculo de juros no Brasil:

$$R = \frac{100.000^{\frac{252}{DU}}}{PU}$$

Onde:

- R é a taxa;
- PU é o preço fornecido pela BM&F;
- DU é o numero de dias úteis até o vencimento do contrato;

O calendário com as reuniões do COPOM e seus respectivos resultados pode ser obtido no site do Banco Central.

Realizando o cálculo acima para as reuniões do COPOM analisadas podemos formular a tabela abaixo:

³⁰ Mesmo período utilizado para analisar o relatório FOCUS.

DATA COPOM	Cálculos					RESULTADO		
	CDI	Proximo DI	Taxa	Forward	E[Δ]	COPOM	DIFERENÇA ESPERADA	DIFERENÇA PROVAVEL
21-mai-03	26.26	DI Jun 03	26.15	26.12	- 0.14	0.00	0.14	0.00
18-jun-03	26.16	DI Jul 03	25.84	25.75	- 0.41	(0.50)	(0.09)	0.00
23-jul-03	25.60	DI Ago 03	24.29	23.86	- 1.74	(1.50)	0.24	0.25
20-ago-03	24.21	DI Set 03	22.92	22.55	- 1.66	(2.50)	(0.84)	(0.75)
17-set-03	21.71	DI Out 03	19.98	19.60	- 2.11	(2.00)	0.11	0.00
22-out-03	19.75	DI Nov 03	18.87	18.62	- 1.13	(1.00)	0.13	0.00
19-nov-03	18.76	DI Dez 03	18.06	17.86	- 0.90	(1.50)	(0.60)	(0.50)
17-dez-03	17.20	DI Jan 04	16.32	16.12	- 1.08	(1.00)	0.08	0.00
21-jan-04	16.20	DI Fev 04	15.84	15.74	- 0.46	0.00	0.46	0.50
18-fev-04	16.24	DI Mar 04	16.16	16.13	- 0.11	0.00	0.11	0.00
17-mar-04	16.20	DI Abr 04	16.14	16.13	- 0.07	(0.25)	(0.18)	(0.25)
14-abr-04	16.00	DI Mai 04	15.84	15.81	- 0.19	(0.25)	(0.06)	0.00
19-mai-04	15.71	DI Jun 04	15.61	15.59	- 0.12	0.00	0.12	0.00
16-jun-04	15.70	DI Jul 04	15.74	15.75	0.05	0.00	(0.05)	0.00
21-jul-04	15.70	DI Ago 04	15.74	15.75	0.05	0.00	(0.05)	0.00
18-ago-04	15.76	DI Set 04	15.83	15.85	0.09	0.00	(0.09)	0.00
15-set-04	15.86	DI Out 04	16.13	16.18	0.32	0.25	(0.07)	0.00
20-out-04	16.16	DI Nov 04	16.43	16.51	0.35	0.50	0.15	0.25
17-nov-04	16.72	DI Dez 04	17.13	17.22	0.50	0.50	(0.00)	0.00
15-dez-04	17.19	DI Jan 05	17.56	17.62	0.43	0.50	0.07	0.00
19-jan-05	17.74	DI Fev 05	18.15	18.25	0.51	0.50	(0.01)	0.00
16-fev-05	18.22	DI Mar 05	18.68	18.80	0.58	0.50	(0.08)	0.00
16-mar-05	18.62	DI Abr 05	18.99	19.06	0.44	0.50	0.06	0.00
20-abr-05	19.18	DI Mai 05	19.32	19.37	0.19	0.25	0.06	0.00
18-mai-05	19.48	DI Jun 05	19.58	19.61	0.13	0.25	0.12	0.00
15-jun-05	19.73	DI Jul 05	19.77	19.78	0.05	0.00	(0.05)	0.00
20-jul-05	19.70	DI Ago 05	19.70	19.70	0.00	0.00	(0.00)	0.00
17-ago-05	19.67	DI Set 05	19.62	19.61	- 0.06	0.00	0.06	0.00
14-set-05	19.70	DI Out 05	19.52	19.49	- 0.21	(0.25)	(0.04)	0.00
19-out-05	19.36	DI Nov 05	19.14	19.09	- 0.27	(0.50)	(0.23)	(0.25)
23-nov-05	18.89	DI Dez 05	18.53	18.39	- 0.50	(0.50)	0.00	0.00
14-dez-05	18.39	DI Jan 06	17.94	17.87	- 0.52	(0.50)	0.02	0.00
18-jan-06	17.89	DI Fev 06	17.39	17.28	- 0.61	(0.75)	(0.14)	(0.25)
8-mar-06	17.27	DI Abr 06	16.53	16.44	- 0.83	(0.75)	0.08	0.00
19-abr-06	16.40	DI Mai 06	15.82	15.63	- 0.77	(0.75)	0.02	0.00
31-mai-06	15.63	DI Jul 06	15.34	15.31	- 0.32	(0.50)	(0.18)	(0.25)
19-jul-06	15.13	DI Ago 06	14.79	14.71	- 0.42	(0.50)	(0.08)	0.00
30-ago-06	14.61	DI Set 06	14.54	14.40	- 0.21	(0.50)	(0.29)	(0.25)
18-out-06	14.08	DI Nov 06	13.75	13.67	- 0.41	(0.50)	(0.09)	0.00
29-nov-06	13.61	DI Dez 06	13.49	13.25	- 0.36	(0.50)	(0.14)	(0.25)
24-jan-07	13.12	DI Fev 07	12.90	12.81	- 0.31	(0.25)	0.06	0.00
7-mar-07	12.90	DI Abr 07	12.66	12.63	- 0.27	(0.25)	0.02	0.00
18-abr-07	12.64	DI Mai 07	12.43	12.38	- 0.26	(0.25)	0.01	0.00
6-jun-07	12.39	DI Jul 07	12.02	11.97	- 0.42	(0.50)	(0.08)	0.00
18-jul-07	11.86	DI Ago 07	11.50	11.42	- 0.44	(0.50)	(0.06)	0.00
5-set-07	11.45	DI Out 07	11.20	11.17	- 0.28	(0.25)	0.03	0.00
17-out-07	11.12	DI Nov 07	11.07	11.05	- 0.07	0.00	0.07	0.00
5-dez-07	11.13	DI Jan 08	11.13	11.13	0.00	0.00	(0.00)	0.00
23-jan-08	11.08	DI Fev 08	11.13	11.15	0.07	0.00	(0.07)	0.00
5-mar-08	11.10	DI Abr 08	11.12	11.12	0.02	0.00	(0.02)	0.00
16-abr-08	11.11	DI Mai 08	11.41	11.48	0.37	0.50	0.13	0.25
4-jun-08	11.56	DI Jul 08	12.09	12.14	0.58	0.50	(0.08)	0.00
23-jul-08	12.10	DI Ago 08	12.57	12.73	0.63	0.75	0.12	0.00
10-set-08	12.89	DI Out 08	13.47	13.55	0.66	0.75	0.09	0.00
29-out-08	13.63	DI Nov 08	13.80	13.97	0.34	0.00	(0.34)	(0.25)
10-dez-08	13.46	DI Jan 09	13.44	13.44	- 0.02	0.00	0.02	0.00
21-jan-09	13.38	DI Fev 09	12.94	12.81	- 0.57	(1.00)	(0.43)	(0.50)
11-mar-09	12.62	DI Abr 09	11.45	11.28	- 1.34	(1.50)	(0.16)	(0.25)
29-abr-09	11.13	DI Mai 09	10.80	10.13	- 1.00	(1.00)	0.00	0.00
10-jun-09	10.01	DI Jul 09	9.51	9.43	- 0.58	(1.00)	(0.42)	(0.50)
22-jul-09	9.13	DI Ago 09	8.72	8.60	- 0.53	(0.50)	0.03	0.00
2-set-09	8.62	DI Out 09	8.59	8.58	- 0.04	0.00	0.04	0.00
21-out-09	8.62	DI Nov 09	8.63	8.63	0.01	0.00	(0.01)	0.00
9-dez-09	8.61	DI Jan 10	8.64	8.64	0.03	0.00	(0.03)	0.00
27-jan-10	8.62	DI Fev 10	8.64	8.66	0.04	0.00	(0.04)	0.00
17-mar-10	8.61	DI Abr 10	8.70	8.72	0.11	0.00	(0.11)	0.00
28-abr-10	8.63	DI Mai 10	8.96	9.29	0.66	0.75	0.09	0.00
9-jun-10	9.39	DI Jul 10	10.03	10.12	0.73	0.75	0.02	0.00

Tabela 3 – Comparação COPOM *versus* Expectativa Implícita nos Contratos Futuros de DI

FONTE:BM&F – Autoria Própria

Como o valor esperado médio não segue o padrão discreto que varia exatamente 0,25% (assim como o resultado do COPOM) é muito improvável que esta taxa negociada pelo mercado acerte **exatamente** o resultado da reunião. Ainda assim, podemos verificar que esta expectativa tem uma precisão muito boa, uma vez que em **88,7%** das reuniões analisadas o erro da expectativa foi menor que 0,25% (a variação mínima).

Esse modelo ainda pode ser complementado, possibilitando uma análise muito mais profunda.

5.4.1 Árvore Binomial

Sabemos que as alterações na meta para a taxa SELIC de curto prazo variam em múltiplos de 0,25% e, dessa forma, uma expectativa de variação diferente dessa precisão não mostra tão claramente qual é a expectativa do mercado para a reunião do COPOM. Uma análise mais profunda seria interpretar, a partir da expectativa média negociada no mercado, quais são as expectativas de movimento da taxa de juros que o mercado julga como mais prováveis. Mesmo porque, a taxa observada é, na verdade, uma média das expectativas de todo o mercado. Obviamente existem participantes no mercado com opiniões diferentes a respeito do resultado do COPOM e uma simples média não é capaz de refletir essas diferentes expectativas.

Uma boa maneira de realizar isso é abrir o movimento médio esperado em uma árvore binomial.

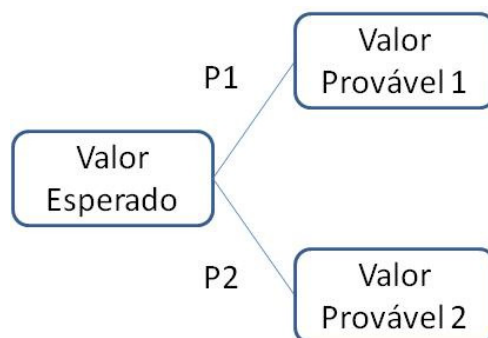


Figura 9 – Árvore Binomial

Onde:

$$\text{Valor Esperado} = P1 * \text{Valor Provável 1} + P2 * \text{Valor Provável 2}$$

Como sabemos que a movimentação mínima na meta para a taxa SELIC é 0.25% arredondaremos o valor esperado para os movimentos múltiplos de 0.25% superiores e inferiores aos valores esperados.

No exemplo utilizado para o dia 7 de Março de 2006 como a expectativa negociada é um corte 0,83% é possível abrir uma árvore binomial entre um corte de 0,75% e 1,00% na taxa SELIC, conforme a figura abaixo.

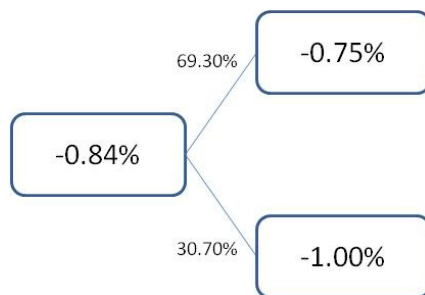


Figura 10 – Árvore Binomial

Modelos mais complexos criariam restrições e parâmetros que possibilitariam a criação de equações que permitiriam a abertura desta árvore de possibilidades em mais ramos. Discutiremos esse assunto na conclusão deste trabalho.

5.5 RESULTADOS OBTIDOS

Foi então formulada a tabela abaixo para analisar para **um** dia útil anterior à reunião do COPOM. Em posse do CDI do dia anterior e da taxa negociada para o futuro de DI com vencimento mais próximo, são calculadas a taxa a termo esperada (negociada), as taxas mais prováveis (conforme o procedimento de árvore binomial explicado acima) e o erro de previsão do mercado para a taxa esperada e para a taxa mais provável.

DATA COPOM	Cálculos									RESULTADO		
	CDI	Proximo DI	Taxa	Forward	E[Δ]	Δ 1	Prob	Δ 2	Prob	COPOM	DIFERENÇA ESPERADA	DIFERENÇA PROVÁVEL
21-mai-03	26.26	DI Jun 03	26.15	26.12	- 0.14	0.000	71.72%	-0.5	28.28%	0.00	0.14	0.00
18-jun-03	26.16	DI Jul 03	25.84	25.75	- 0.41	-0.250	37.54%	-0.5	62.46%	(0.50)	(0.09)	0.00
23-jul-03	25.60	DI Ago 03	24.29	23.86	- 1.74	-1.500	2.55%	-1.75	97.45%	(1.50)	0.24	0.25
20-ago-03	24.21	DI Set 03	22.92	22.55	- 1.66	-1.500	37.56%	-1.75	62.44%	(2.50)	(0.84)	(0.75)
17-set-03	21.71	DI Out 03	19.98	19.60	- 2.11	-2.000	54.59%	-2.25	45.41%	(2.00)	0.11	0.00
22-out-03	19.75	DI Nov 03	18.87	18.62	- 1.13	-1.000	73.95%	-1.5	26.05%	(1.00)	0.13	0.00
19-nov-03	18.76	DI Dez 03	18.06	17.86	- 0.90	-0.750	40.30%	-1	59.70%	(1.50)	(0.60)	(0.50)
17-dez-03	17.20	DI Jan 04	16.32	16.12	- 1.08	-1.000	69.16%	-1.25	30.84%	(1.00)	0.08	0.00
21-jan-04	16.20	DI Fev 04	15.84	15.74	- 0.46	-0.250	14.94%	-0.5	85.06%	0.00	0.46	0.50
18-fev-04	16.24	DI Mar 04	16.16	16.13	- 0.11	0.000	55.21%	-0.25	44.79%	0.00	0.11	0.00
17-mar-04	16.20	DI Abr 04	16.14	16.13	- 0.07	0.000	71.20%	-0.25	28.80%	(0.25)	(0.18)	(0.25)
14-abr-04	16.00	DI Mai 04	15.84	15.81	- 0.19	0.000	24.37%	-0.25	75.63%	(0.25)	(0.06)	0.00
19-mai-04	15.71	DI Jun 04	15.61	15.59	- 0.12	0.000	50.01%	-0.25	49.99%	0.00	0.12	0.00
16-jun-04	15.70	DI Jul 04	15.74	15.75	0.05	0.000	80.80%	0.25	19.20%	0.00	(0.05)	0.00
21-jul-04	15.70	DI Ago 04	15.74	15.75	0.05	0.000	79.43%	0.25	20.57%	0.00	(0.05)	0.00
18-ago-04	15.76	DI Set 04	15.83	15.85	0.09	0.000	65.78%	0.25	34.22%	0.00	(0.09)	0.00
15-set-04	15.86	DI Out 04	16.13	16.18	0.32	0.250	72.34%	0.5	27.66%	0.25	(0.07)	0.00
20-out-04	16.16	DI Nov 04	16.43	16.51	0.35	0.250	61.10%	0.5	38.90%	0.50	0.15	0.25
17-nov-04	16.72	DI Dez 04	17.13	17.22	0.50	0.500	99.48%	0.75	0.52%	0.50	(0.00)	0.00
15-dez-04	17.19	DI Jan 05	17.56	17.62	0.43	0.250	28.22%	0.5	71.78%	0.50	0.07	0.00
19-jan-05	17.74	DI Fev 05	18.15	18.25	0.51	0.500	94.91%	0.75	5.09%	0.50	(0.01)	0.00
16-fev-05	18.22	DI Mar 05	18.68	18.80	0.58	0.500	69.89%	0.75	30.11%	0.50	(0.08)	0.00
16-mar-05	18.62	DI Abr 05	18.99	19.06	0.44	0.250	22.82%	0.5	77.18%	0.50	0.06	0.00
20-abr-05	19.18	DI Mai 05	19.32	19.37	0.19	0.000	25.32%	0.25	74.68%	0.25	0.06	0.00
18-mai-05	19.48	DI Jun 05	19.58	19.61	0.13	0.000	49.99%	0.25	50.01%	0.25	0.12	0.00
15-jun-05	19.73	DI Jul 05	19.77	19.78	0.05	0.000	80.62%	0.25	19.38%	0.00	(0.05)	0.00
20-jul-05	19.70	DI Ago 05	19.70	19.70	0.00	0.000	100.00%	0.25	0.0			

mínima), e o resultado mais provável estipulado pelo mercado esteve correto em **76,5%** das vezes.

Vemos que a expectativa fornecida pelo mercado é claramente mais precisa que aquela fornecida pelo relatório FOCUS.

As expectativas fornecidas pelo mercado não só possuem um erro médio menor, mas possuem uma dispersão menor. A expectativa mais provável fornecida pela curva de futuros acertou **exatamente** mais vezes o resultado da reunião do COPOM do que o relatório FOCUS.

Cabe notar também que quando o mercado errou, ele se manteve no erro mínimo (0,25%) mais vezes que o relatório FOCUS. Outro número que também chama a atenção é o fato que **89,71%** das vezes o resultado do COPOM não difere 0.25% da expectativa negociada no mercado.

COMPARAÇÃO			
	FOCUS	ESPERADO	PROVAVEL
Erro Médio*	0.102941176	0.11769142	0.08088235
Desvio Padrão	0.198863233	0.18514839	0.17778266
% de Acertos	67.65%	0.00%	76.47%
% de Erros	32.35%	100.00%	23.53%
% de Erros menores 0.25**	22.06%	89.71%	16.18%
% de Erros maiores 0.25	10.29%	10.29%	7.35%
* em módulo			
** menores ou igual			

Tabela 5 - Comparação das Previsões Fornecidas

6 ANÁLISE DOS RESULTADOS

Vimos na seção anterior que tanto o relatório FOCUS quanto o modelo baseado na Hipótese das Expectativas possuem resultados muito respeitáveis quanto à capacidade de **previsão** dos resultados da reunião do COPOM.

É possível tentar explicar as diferenças pelos mais diversos motivos. Primeiramente, as instituições financeiras, ao responder ao questionário do BC não precisam de fato apostar nas suas expectativas. Como veremos mais adiante, no mercado de derivativo os participantes **obrigatoriamente** estão expostos a riscos e daí surgirá uma aversão ao risco na formação das expectativas extraídas dos futuros de DI.

Em segundo lugar, o Banco Central mostra, no relatório FOCUS, uma média das expectativas das instituições financeiras entrevistadas ponderadas por critérios próprios³¹. A precificação dos contratos futuros de DI, como foi dito anteriormente, reflete a expectativa negociada pelo mercado e, em última instância, basta apenas um participante do mercado assumir posições grandes e agressivas para alterar esta medida.

Cabe observar que, enquanto o relatório FOCUS nos dá apenas uma medida da expectativa do mercado, pela curva de DI é possível observar outra dimensão das expectativas, entendendo como elas estão sendo negociadas. Ou seja, é possível extrair com uma precisão satisfatória qual é a expectativa do mercado em relação ao COPOM através do FOCUS, mas só é possível observar o **grau de confiança** nesta expectativa pelo estudo da curva de contratos futuros. Fazendo um paralelo com apostas em corrida de cavalos, o relatório FOCUS apenas indicaria qual é o favorito a ganhar, enquanto pela curva de DI futuros podemos observar o **quanto** cada cavalo é favorito e, como veremos mais adiante, o retorno que se poder apostando nele.

Vemos que o modelo utilizado consegue refletir com bastante propriedade o que acontece na realidade, pois consegue admitir a existência de taxas a termo constantes assim como atribuir seus saltos corretamente no momento certo (reunião do COPOM). Nenhum dos outros modelos

³¹ A metodologia utilizada pelo BACEN está bastante detalhada em seu site oficial.

de interpolação discutidos nas seções anteriores deste trabalho teria essa capacidade de refletir a dinâmica de curto prazo com essa fidelidade.

No modelo utilizado, são admitidas e calculadas apenas duas taxas para o resultado do COPOM, obtidas pela somatória do produto da taxa pela sua probabilidade. No entanto, para refletir melhor o que de fato o mercado negocia, seria muito mais adequado abrir essa árvore de possibilidade em mais que dois braços. A questão nesse caso seria adicionar restrições ao problema que tornassem o mesmo factível. O tratamento da curva de juros como uma árvore binomial será discutido ainda na seção final.

6.1 ALGORITMO DE DECISÃO

6.1.1 Previsão x Decisão

Até agora testamos a capacidade **preditiva** de expectativas do COPOM fornecidas por uma curva de juros negociada no mercado e por uma pesquisa de mercado feita pelo BACEN. No entanto, esta não é a questão principal que deve ser levada em conta na hora de avaliar e comparar as duas fontes de expectativas estudadas.

O objetivo deste trabalho de formatura é entender e poder criar ferramentas que possibilitem uma melhor gestão da estrutura a termo de juros e, por isso, devemos avaliar qual das fontes de expectativas fornece mais informações e permite uma melhor tomada de **decisão**.

Isto é, um modo mais adequado de verificar a eficácia de cada fonte de expectativa seria comparar o resultado de uma tomada de decisão baseada em cada uma das fontes.

Isto quer dizer que sob esta ótica, alguns tipos de erros são “perdoados”, pois se o posicionamento recomendado pelo modelo sugere a compra da taxa, e esta sobe, a fonte não deixa de ser boa se a taxa sobe mais do que o esperado (isto é até desejável!), pois ele ainda está sugerindo a tomada de decisão correta. Embora a decisão sugerida estivesse correta isso apareceria como um “erro” na análise de previsão feita na seção anterior.

Então é preciso criar um modelo que para uma dada uma expectativa para a taxa SELIC e um preço de negociação indique um posicionamento na curva de contratos futuros em todas as

reuniões do COPOM. Existem diversas maneiras de criar esse modelo e este trabalho de formatura ira propor uma delas.

6.2 PREMISSAS

Primeiramente, para poder adotar essa abordagem será preciso supor a hipótese que é possível para cada dia analisado realizar a compra ou venda de lotes do contrato futuro com vencimento mais próximo pelo preço de fechamento/ajuste do mercado para este futuro no dia analisado. É com esse preço do contrato que será feito o posicionamento e, por isso, dependeremos desse preço para apurar o resultado da operação.

É preciso tentar entender quais são os objetivos que algoritmo decisão precisa ter e como para conceber como ele será construído.

Uma primeira modelagem seria adotar um algoritmo simples que segue às seguintes diretrizes:

Expectativa	Ação
Queda na taxa SELIC	Comprar Futuro
Aumento da taxa SELIC	Vender Futuro

Quadro 4 – Algoritmo Direcional Simples

Seria um processo decisório no qual:

- quando se espera um corte na taxa SELIC vende-se contratos futuros;
- quando se espera um aumento da taxa SELIC e compram-se contratos futuros;

É um algoritmo que não usa toda a informação que temos à disposição, uma vez que o preço o qual o futuro está sendo negociado, por determinar qual será o retorno da operação, é uma informação imprescindível. O mercado pode estar esperando e negociando um aumento muito maior do que aquele que vai ocorrer e mesmo comprando contratos futuros o resultado da operação será negativo, uma vez que a compra foi feita esperando um aumento maior do que aquele que de fato ocorreu.

Um bom exemplo é a reunião do COPOM de 23 de Julho de 2003. Como vemos na tabela abaixo, o mercado precificava como mais provável um corte de 1.75% na meta para a Taxa SELIC:

DATA COPOM	Calculos								RESULTADO		
	CDI	Proximo DI	Taxa Forward	E[Δ]	Δ 1	Prob	Δ 2	Prob	COPOM	DIFERENÇA ESPERADA	DIFERENÇA PROVAVEL
23-jul-03	25,60	DI Aug 03	24,29	23,86 - 1,74	-1,500	2,55%	-1,75	97,45%	-1,50	0,24	0,25

Tabela 6 – Análise Mercado Futuro DI em 22 de Julho de 2003

FONTE:BM&F – Autoria Própria

Vemos que, nesse caso, a expectativa de mercado acerta a direção da movimentação na taxa SELIC (corte), mas o preço que é negociado essa expectativa no mercado é mais alto que o movimento que, de fato, ocorreu. Isso quer dizer que se a decisão adotada fosse de vender o contrato futuro o resultado seria negativo, uma vez que a expectativa de movimentação negociada já era mais alta que aquela que de fato ocorreu. O que acontece nesse caso é que a taxa do contrato futuro sobe, mesmo que o resultado do COPOM seja um corte na taxa SELIC.

O algoritmo deve, então, ser sofisticado para atender os objetivos propostos.

Sofisticando o modelo e levando em consideração o preço de negociação do futuro, é possível modelar o algoritmo abaixo:

Expectativa	Ação
Se Expectativa > Preço Negociação	Comprar Futuro
Se Expectativa < Preço Negociação	Vender Futuro

Quadro 5 – Algoritmo Previsão

Parece bastante lógico comprar um ativo sempre que o preço que ele está sendo negociado é menor do que aquele valor que esperamos que ele possua.

Entretanto, essa interpretação também não atende aos nossos objetivos nessa análise. O algoritmo construído está, novamente, apenas apostando única e exclusivamente na capacidade **preditiva** da expectativa, quando, na verdade, buscamos uma ferramenta para auxiliar a **decisão**.

Utilizaremos a reunião do COPOM de 29 de novembro de 2006 para ilustrar melhor esse ponto de vista.

COPOM								RESULTADO		
DATA	CDI	Forward	E[Δ]	Δ 1	Prob	Δ 2	Prob	COPOM	DIFERENÇA MERCADO ESPERADO	DIFERENÇA MERCADO PROVAVEL
29-nov-06	13.61	13.25	(0.36)	-0.250	56.15%	-0.5	43.85%	-0.50	(0.14)	(0.25)

Tabela 7 - Análise Mercado Futuro DI em 293 de Novembro de 2006

FONTE:BM&F – Autoria Própria

Vemos na tabela acima que o mercado vê como mais provável um corte de 0,25% na meta para a taxa SELIC e negocia no mercado um corte de 0,36%.

Por esse algoritmo proposto a ação tomada seria de comprar contratos futuros, uma vez que -0,25% é maior que -0,36%. O algoritmo que deve ser formulado não deveria apostar que a expectativa utilizada está correta, mas sim utilizar a expectativa fornecida para tomar uma decisão melhor. O objetivo do algoritmo não é apostar na capacidade preditiva da expectativa fornecida.

Quando o mercado não negocia taxas atraentes frente à expectativa fornecida o algoritmo precisa que decidir por não se posicionar. Somente caso o mercado negocie taxas que são atraentes do ponto de vista da expectativa fornecida o algoritmo deveria se posicionar.

Finalmente, um algoritmo para tomada de decisão, dado um preço de negociação e uma expectativa, deve ser elaborado de maneira a:

Expectativa	Ação
Se Expectativa é de aumento dos juros E Expectativa > Preço Negociação	Comprar Futuro
Se Expectativa é de corte dos juros E Expectativa < Preço Negociação	Vender Futuro

Quadro 6 – Algoritmo Final

Dessa forma o algoritmo é elaborado com as seguintes diretrizes:

- O algoritmo sempre optará por comprar o contrato futuro (comprando taxa/vendendo PU) quando a expectativa da reunião do COPOM for de um aumento na meta para a taxa SELIC e quando essa expectativa é de um aumento maior do que aquela já está sendo negociado no mercado;
- O algoritmo sempre optará por vender o contrato futuro (comprando o PU/vendendo a taxa) quando a expectativa da reunião do COPOM for de um corte

na meta para a taxa SELIC e quando a expectativa é de um corte maior do que está sendo negociado no mercado;

- Nos demais cenários o algoritmo não se posiciona no mercado;

Em última instância, o que o algoritmo está fazendo é comprar o que ele acha que está barato, vender o que acha que está caro sem confiar cegamente na avaliação que ele faz do ativo.

O único ponto que esse algoritmo não cobre é o caso da expectativa ser uma manutenção na taxa SELIC. Pelas diretrizes atuais o algoritmo optará por não tomar nenhuma ação quando a expectativa for de manutenção da taxa de juros. Essa restrição será refinada nas próximas seções.

Resumindo, o algoritmo quer estar exposto a aumentos maiores ou iguais às expectativas fornecidas, desde que esses aumentos estejam sendo negociados a preços atraentes no mercado. O contrário obviamente também se aplica em cenários de cortes na taxa de juros.

Vamos então utilizar este algoritmo para comparar a utilização do relatório FOCUS e a taxa obtida pelo modelo de árvore binomial proposto como ferramentas auxiliares para tomada de decisão.

6.3 APURAÇÃO DO RESULTADO

É possível entender que o retorno obtido na decisão por essa modelagem é obtido pela verificação da diferença entre o resultado do COPOM e a taxa negociada no mercado.

Já que não existe nenhuma outra reunião do COPOM até o vencimento do contrato, a taxa do contrato futuro permanecerá praticamente constante e o resultado auferido será praticamente devido à reunião do COPOM. Ou seja, dado que a taxa permanecerá praticamente constante até o vencimento do contrato futuro, o retorno obtido nesta operação será dado pela diferença entre a expectativa que estava sendo negociada (foi o preço que foi pago para se posicionar) e a diferença que de fato ocorreu. Como a taxa do contrato futuro tenderá a ser igual ao CDI até final do vencimento essa diferença é o ajuste que ocorrerá na taxa do contrato futuro negociado.

Utilizaremos o exemplo do dia 22 julho para entender melhor a apuração do resultado.

Como um contrato futuro de DI é feito sobre uma base de R\$100.000,00 a estimativa de retorno pode ser estimada pela multiplicação do retorno relativo calculado acima pelo número de contratos no posicionamento e por esse montante de R\$100.000,00 levando-se em consideração o prazo de vencimento do contrato futuro.

6.4 RESULTADO OBTIDO

Utilizando o algoritmo proposto para as 68 reuniões de maio de 2003 até junho de 2010 é possível elaborar a tabela abaixo, comparando as expectativas fornecidas pelos contratos futuros de DI e pelo relatório FOCUS:

COFOM		Cálculos										FOCUS		RESULTADO	DECISÃO			
DATA		CDI	Proximo DI	Taxa	Forward	E(A)	Δ 1	Prob	Δ 2	Prob		Previsão		COFOM	DECISAO MERCADO	RESULTADO MERCADO	DECISAO FOCUS	RESULTADO FOCUS
21-mai-03	26.26	DI Jun 03	26.15	26.12	(0.14)	0.000	71.72%	-0.5	28.28%		0.00	0.00	VENDER	-0.1414	NADA	0.0000		
18-jun-03	26.16	DI Jul 03	25.84	25.75	(0.41)	-0.250	37.54%	-0.5	62.46%		-0.50	-0.50	VENDER	0.0939	VENDER	0.0939		
23-jul-03	25.60	DI Aug 03	24.29	23.86	(1.74)	-1.500	2.55%	-1.75	97.45%		-1.75	-1.50	VENDER	-0.2436	VENDER	-0.2436		
20-ago-03	24.21	DI Sep 03	22.92	22.55	(1.66)	-1.500	37.56%	-1.75	62.44%		-2.50	-2.50	VENDER	0.8439	VENDER	0.8439		
17-set-03	21.71	DI Oct 03	19.98	19.60	(2.11)	-2.000	54.59%	-2.25	45.41%		-1.75	-2.00	NADA	0.0000	NADA	0.0000		
22-out-03	19.75	DI Nov 03	18.87	18.62	(1.13)	-1.000	73.95%	-1.5	26.05%		-1.00	-1.00	VENDER	-0.1302	NADA	0.0000		
19-nov-03	18.76	DI Dec 03	18.06	17.86	(0.90)	-0.750	40.30%	-1	59.70%		-1.00	-1.50	VENDER	0.6008	VENDER	0.6008		
17-dez-03	17.20	DI Jan 04	16.32	16.12	(1.08)	-1.000	68.16%	-1.25	30.84%		-1.50	-1.00	NADA	0.0000	VENDER	-0.0771		
21-jan-04	16.20	DI Feb 04	15.84	15.74	(0.46)	-0.250	14.94%	-0.5	85.06%		-0.50	0.00	VENDER	0.4627	VENDER	0.4627		
18-fev-04	16.24	DI Mar 04	16.16	16.13	(0.11)	0.000	55.21%	-0.25	44.79%		0.00	0.00	NADA	0.0000	NADA	0.0000		
17-mar-04	16.20	DI Apr 04	16.14	16.13	(0.07)	0.000	71.20%	-0.25	28.80%		0.00	-0.25	NADA	0.0000	NADA	0.0000		
14-abr-04	16.00	DI May 04	15.84	15.81	(0.19)	0.000	24.37%	-0.25	75.63%		-0.75	-0.25	VENDER	0.0609	VENDER	0.0609		
19-mai-04	15.71	DI Jun 04	15.61	15.59	(0.12)	0.000	50.01%	-0.25	49.99%		-0.50	0.00	NADA	0.0000	VENDER	-0.1250		
16-jun-04	15.70	DI Jul 04	15.74	15.75	0.05	0.000	80.80%	0.25	19.20%		0.00	0.00	NADA	0.0000	NADA	0.0000		
21-jul-04	15.70	DI Aug 04	15.74	15.75	0.05	0.000	79.43%	0.25	20.57%		0.00	0.00	NADA	0.0000	NADA	0.0000		
18-ago-04	15.76	DI Sep 04	15.83	15.85	0.09	0.000	65.78%	0.25	34.22%		0.00	0.00	NADA	0.0000	NADA	0.0000		
15-set-04	15.86	DI Oct 04	16.13	16.18	0.32	0.250	72.34%	0.5	27.66%		0.25	0.25	NADA	0.0000	NADA	0.0000		
20-out-04	16.16	DI Nov 04	16.43	16.51	0.35	0.250	61.10%	0.5	38.90%		0.25	0.50	NADA	0.0000	NADA	0.0000		
17-nov-04	16.72	DI Dec 04	17.13	17.22	0.50	0.500	98.48%	0.75	0.52%		0.50	0.50	NADA	0.0000	NADA	0.0000		
15-dez-04	17.19	DI Jan 05	17.56	17.62	0.43	0.250	28.22%	0.5	71.78%									

retornos³² obtidos pela decisão baseada no FOCUS é muito maior e o desvio padrão dos retornos não se mostra significativamente maior.

Comparações		
PREVISÃO	Mercado	FOCUS
Soma Retornos	1.90	2.38
Retorno Médio	0.0279	0.0350
Desvio Padrão	0.1502	0.1581
% Operacoes Retorno Positivo	26.47%	26.47%
% Operacoes Retorno Negativo	5.88%	7.35%
% Operacoes Sem Ação	67.65%	66.18%
% Operacoes Retorno Positivo Posicionada	81.82%	78.26%
% Operacoes Retorno Negativo Posicionada	18.18%	21.74%
Maior Retorno Negativo	-0.4627	-0.4627

Tabela 10 – Comparação da Utilização das diferentes Expectativas no Algoritmo

Como veremos em seções futuras deste trabalho, era esperado que na curva fornecida pelo contrato futuro de DI fosse possível perceber uma cautela maior, visto que é sabida a existência de aversão ao risco por parte dos investidores. Por isso não é estranho verificar que o algoritmo opta se posicionar menos vezes quando utiliza as expectativas dos contratos futuros. No entanto, quando consideramos apenas as reuniões nas quais o algoritmo opta por se posicionar, a expectativa fornecida pelos contratos futuros de DI se mostra ligeiramente superior à expectativa fornecida pelo FOCUS.

Um dado da tabela acima que chama bastante atenção é o fato de que o algoritmo opta por não se posicionar em mais de 60% das vezes para ambas as expectativas fornecidas. Essa grande inatividade não é desejável para avaliar a efetividade do algoritmo, uma vez que diminui ainda mais o pequeno universo de 63 reuniões do COPOM analisadas. Isso ocorre porque, pela modelagem do algoritmo, não é tomada nenhuma decisão quando a previsão é de manutenção da taxa.

³² Pelo caráter discreto e pela ausência de investimento inicial (além das garantias exigidas pela bolsa) dos contratos futuros, o retorno obtido nos contratos futuros foi somado e não composto, como normalmente se utiliza para comparar retornos em investimento. Ou seja, se forem investidos R\$100,000.00 na primeira estratégia e é obtido um ganho hipotético de R\$20,000.00 nesta primeira operação, é impossível reinvestir o resultado na operação uma vez que não é possível negociar frações de contratos futuros.

Comparações		
PREVISÃO	Mercado	FOCUS
Manutenção Taxa	29.41%	29.41%

Tabela 11 – Apuração do Percentual de Previsões de Manutenção de Taxa para o Período Analisado

Conforme a tabela acima, (coincidentemente) as expectativas fornecidas pelos contratos futuros e pelo relatório FOCUS prevêem uma manutenção da taxa para 29,4% das reuniões analisadas. Isso quer dizer que em quase um terço das reuniões o algoritmo não se posiciona simplesmente porque não sabe como se portar quando a expectativa fornecida é de manutenção da taxa.

Seria proveitoso então refinar o algoritmo para que este se tornasse mais ativo possibilitando uma avaliação melhor da qualidade das expectativas fornecidas.

6.5 REFINANDO O ALGORITMO

O algoritmo, da forma que foi modelado, não opta por **nenhuma decisão** quando a expectativa fornecida é uma **manutenção** da taxa SELIC. Isso acaba por deixar o algoritmo inativo para uma em cada quatro reuniões analisadas sem nenhum motivo claro e justificado para isso ³³.

Neste caso é preciso modelar formas de ordenar que o algoritmo se posicione quando a expectativa do COPOM for de manutenção da taxa SELIC. Vimos que o algoritmo se utiliza de expectativas de aumento ou corte na taxa básica de juros, mas opta por não fazer nada quando a expectativa é de manutenção na taxa. Neste ponto, o modelo não tem disponível um direcionamento (aumento/corte na taxa de juros) para se basear, então a fonte que originará a decisão a ser tomada precisará se estruturar de outra maneira.

³³ O algoritmo deve optar por não se posicionar apenas quando julga que não é vantajoso pela precificação atual. No caso da manutenção da taxa não é por essa “cautela” que ele deixa de se posicionar, mas sim por uma falha na modelagem que, do jeito que é feita, não considera corretamente esta expectativa.

Assim como todas as outras diretrizes que foram criadas para este modelo, a regra que será utilizada para refinar o algoritmo pode ser aprimorada e direcionada de varias maneiras. Isso será discutido com mais detalhes na conclusão deste trabalho.

Com o intuito de deixar o algoritmo um pouco mais ativo e agressivo optaremos por impor, somente neste caso específico, um comportamento baseado na **capacidade preditiva** da expectativa fornecida a ser adotada quando esta é de manutenção da taxa. Ou seja, quando a expectativa fornecida for de manutenção o algoritmo sempre tomará uma posição que, pelos preços negociados no mercado, se beneficiaria na manutenção da taxa de juros. Em outras palavras, o algoritmo sempre apostará na manutenção da taxa de juros quando esta for a expectativa fornecida.

Ou seja, junto com as diretrizes anteriores, o algoritmo refinado também vai se comportar da seguinte maneira:

- Quando a expectativa é de manutenção da meta para a taxa SELIC:
 - O algoritmo optará por comprar contratos quando está sendo negociado no mercado um corte na taxa SELIC;
 - O algoritmo optará por vender contratos quando está sendo negociado um aumento na taxa de juros;

Como vimos na primeira análise das expectativas nesse trabalho, a capacidade preditiva das expectativas fornecidas pelos contratos futuros de DI e pelo relatório FOCUS é muito boa e, desta forma, é bastante razoável impor um comportamento secundário para o algoritmo baseado neste fato. Utilizando este algoritmo mais refinado para as 68 reuniões ocorridas entre maio de 2003 e junho de 2010 obtemos os resultados da tabela abaixo:

COPOM		Calculos										FOCUS	RESULTADO	DECISAO			
DATA	CDI	Proximo DI	Taxa	Forward	E(A)	A 1	Prob	A 2	Prob	Previsao	COPOM	DECISAO MERCADO PROVAVEL	RESULTADO MERCADO PROVAVEL	DECISAO FOCUS	RESULTADO FOCUS		
21-mai-03	26.26	DI Jun 03	26.15	26.12	(0.14)	0.000	71.72%	-0.5	62.28%	0.00	0.00	COMPRAR	0.1414	COMPRAR	0.1414		
19-jun-03	26.16	DI Jul 03	25.84	25.75	(0.41)	-0.250	37.54%	-0.5	62.46%	-0.50	-0.50	VENDER	0.0939	VENDER	0.0939		
23-jul-03	25.60	DI Ago 03	24.29	23.86	(1.74)	-1.500	2.55%	-1.75	97.45%	-1.75	-1.50	VENDER	-0.2436	VENDER	-0.2436		
20-ago-03	24.21	DI Set 03	22.92	22.55	(1.66)	-1.500	37.56%	-1.75	62.44%	-2.50	-2.50	VENDER	0.8439	VENDER	0.8439		
17-set-03	21.71	DI Out 03	19.98	19.60	(2.11)	-2.000	54.59%	-2.25	45.41%	-1.75	-2.00	NADA	0.0000	NADA	0.0000		
22-out-03	19.75	DI Nov 03	18.87	18.62	(1.13)	-1.000	73.95%	-1.5	26.05%	-1.00	-1.00	NADA	0.0000	NADA	0.0000		
19-nov-03	18.76	DI Dez 03	18.06	17.86	(0.90)	-0.750	40.30%	-1	59.70%	-1.00	-1.50	VENDER	0.6008	VENDER	0.6008		
17-dez-03	17.20	DI Jan 04	16.32	16.12	(1.08)	-1.000	69.16%	-1.25	30.84%	-1.50	-1.00	NADA	0.0000	VENDER	-0.0771		
21-jan-04	16.20	DI Fev 04	15.84	15.74	(0.46)	-0.250	14.94%	-0.5	85.06%	-0.50	0.00	VENDER	-0.4627	VENDER	-0.4627		
18-fev-04	16.24	DI Mar 04	16.16	16.13	(0.11)	0.000	55.21%	-0.25	44.79%	0.00	0.00	COMPRAR	0.1120	COMPRAR	0.1120		
17-mar-04	16.20	DI Abr 04	16.14	16.13	(0.07)	0.000	71.20%	-0.25	28.80%	0.00	-0.25	COMPRAR	-0.1780	COMPRAR	-0.1780		
14-abr-04	16.00	DI Mai 04	15.84	15.81	(0.19)	0.000	24.37%	-0.25	75.63%	-0.75	-0.25	VENDER	0.0609	VENDER	0.0609		
19-mai-04	15.71	DI Jun 04	15.61	15.59	(0.12)	0.000	50.01%	-0.25	49.99%	-0.50	0.00	COMPRAR	0.1250	VENDER	-0.1250		
16-jun-04	15.70	DI Jul 04	15.74	15.75	0.05	0.000	80.80%	0.25	19.20%	0.00	0.00	VENDER	0.0480	VENDER	0.0480		
21-jul-04	15.70	DI Ago 04	15.74	15.75	0.05	0.000	79.43%	0.25	20.57%	0.00	0.00	VENDER	0.0514	VENDER	0.0514		
18-ago-04	15.76	DI Set 04	15.83	15.85	0.09	0.000	65.78%	0.25	34.22%	0.00	0.00	VENDER	0.0856	VENDER	0.0856		
15-set-04	15.86	DI Out 04	16.13	16.18	0.32	0.250	72.34%	0.5	27.66%	0.25	0.25	NADA	0.0000	NADA	0.0000		
20-out-04	16.16	DI Nov 04	16.43	16.51	0.35	0.250	61.10%	0.5	38.90%	0.25	0.50	NADA	0.0000	NADA	0.0000		
17-nov-04	16.72	DI Dez 04	17.13	17.22	0.50	0.500	99.48%	0.75	0.52%	0.50	0.50	NADA	0.0000	NADA	0.0000		
15-dez-04	17.19	DI Jan 05	17.56	17.62	0.43	0.250	28.22%	-0.5	71.78%	0.50	0.50	COMPRAR</					

6.5.1 Análise do Algoritmo Refinado

Comparações		
PREVISÃO	Mercado	FOCUS
Soma Retornos	3.07	2.90
Retorno Médio	0.0452	0.0427
Desvio Padrão	0.1503	0.1620
% Operacoes Retorno Positivo	54.41%	51.47%
% Operacoes Retorno Negativo	4.41%	11.76%
% Operacoes Sem Ação	41.18%	36.76%
% Operacoes Retorno Positivo Posicionada	92.50%	81.40%
% Operacoes Retorno Negativo Posicionada	7.50%	18.60%
Maior Retorno Negativo	-0.4627	-0.4627

Tabela 13 – Comparação das Expectativas para o Algoritmo Refinado

Desta vez, o retorno obtido pela utilização do algoritmo baseado na expectativa fornecida pelos contratos futuros se mostrou superior ao retorno obtido pela utilização fornecida pelo relatório FOCUS.

A utilização da expectativa fornecida pelos futuros de DI, mesmo com a agressividade maior imposta, ainda se mostrou com uma dispersão menor, evidenciando uma “cautela” maior, uma vez que o algoritmo, ao utilizar essa expectativa opta por agir com menor frequência (menor numero de operações sem ação) além de obter um menor número operações com retornos negativos.

Além disso, analisando apenas as decisões de posicionamento tomadas pelo algoritmo é preciso observar que a expectativa fornecida pelos contratos futuros é correta (tem retorno positivo) em mais de 90% das vezes!

Resumindo, a utilização do algoritmo proposto para a expectativa fornecida pelos contratos futuros de DI, mesmo sendo mais cauteloso, proporcionou decisões melhores e mais acertadas. Por esse algoritmo, é possível observar que a análise da curva de contratos futuros de DI tende a ser um instrumento auxiliar de decisão mais prestativo que o relatório FOCUS.

6.6 PRÊMIO DE RISCO

É importante debater o motivo da existência dessa maior cautela do mercado quando a sua expectativa é extraída através dos contratos futuros de DI em comparação com a expectativa fornecida pelo Relatório FOCUS.

Para realizar esse debate é preciso entender como são formadas e extraídas as duas expectativas. O relatório FOCUS, como dito anteriormente, é a apresentação dos resultados da pesquisa semanal realizada pelo Banco Central com aproximadamente cem instituições financeiras discorrendo sobre as expectativas das mesmas em relação à diversos aspectos da economia. Os contratos futuros de DI são, por sua vez, negociados na BM&F e seu preço é determinado por um universo de investidores muito maior que engloba, de certa forma, todos os participantes do mercado, tornando esta expectativa muito mais abrangente.

É preciso ressaltar que o FOCUS trata-se apenas de uma pesquisa e a instituição participante compromete apenas a própria imagem ao divulgar suas expectativas. A instituição financeira não sofre nenhuma punição quando sua expectativa diverge do resultado observado e tampouco é premiada quando sua expectativa está correta³⁴.

É justamente neste ponto que o relatório FOCUS se mostra muito diferente do mercado de contratos de DI. De acordo com a BM&F³⁵, os preços de ajuste para os contratos futuros de DI serão apurados pelo cálculo da média aritmética ponderada dos negócios realizados no *call* de fechamento. Isso quer dizer que os preços que estão sendo utilizados para extrair a expectativa de mercado neste trabalho refletem com bastante precisão os preços que estão sendo negociados os contratos. O ponto crucial desse fato é que nesse preço de ajuste **existiram** negociações, existiram investidores se posicionando esses preços. O preço do contrato futuro é, portanto, formado por negociações fechadas, por pessoas se posicionando, e não é um preço estimado. Isso quer dizer que este preço reflete uma expectativa de mercado ligeiramente diferente uma vez que, ao se posicionar, o investidor passa a ter um compromisso muito maior com essa expectativa. Esse compromisso quer dizer que o investidor posicionado está apostando

³⁴ A empresa pode ter sua imagem afetada ao perder posições no ranking de acuidade divulgado pelo BACEN, mas não existe nenhum bônus/multa pecuniário por acertos erros em suas expectativas.

³⁵ C onforme o Ofício Circular 149/2006-DG.

seu capital nessa expectativa e irá, de fato, **incorrer** em **perdas ou ganhos** de acordo com o resultado do COPOM.

Pelo fato dos contratos futuro de DI refletirem uma expectativa na qual os seus formadores realmente apostam seu capital, é perfeitamente natural e esperado o surgimento de um movimento aversão ao risco na precificação deste instrumento. Dessa forma não causa espanto verificar que a expectativa observada na curva de contratos futuros de DI seja mais cautelosa do que a expectativa fornecida pelo FOCUS. Isso é evidenciado na análise dos resultados do algoritmo utilizado neste trabalho que, pela sua formulação, premiaria a expectativa mais precisa e cautelosa.

É possível observar, ao longo dos experimentos realizados neste trabalho de formatura, que a expectativa da reunião do COPOM fornecida pelos contratos futuros de DI é mais **precisa** em suas previsões além de se possibilitar uma melhor **decisão** de gestão da taxa de juros no Brasil.

7 CONCLUSÕES

Neste trabalho buscou-se um entendimento mais amplo e completo da Estrutura a Termo das Taxas de Juros no Brasil. A revisão bibliográfica e os resultados obtidos no decorrer do trabalho permitiram entender a impossibilidade de adotar como absoluta qualquer uma das teorias e modelos a respeito do assunto.

A análise realizada neste trabalho de formatura é um estudo inicial acerca da estrutura a termo de juros, e se restringe apenas à dinâmica de curto prazo. De qualquer forma, o trabalho permitiu entender como criar e formular ferramentas que possibilitem a gestão da estrutura a termo da taxa de juros.

Nesse trabalho foram comparadas as expectativas fornecidas através do relatório FOCUS do BACEN e dos contratos futuros de DI negociados na BM&F desde 2003³⁶. Os modelos e análises apresentados ao longo deste trabalho se mostraram bastante adequados e com boa aderência à realidade. Neste trabalho foi possível elaborar um modelo bastante simples que consegue prever o resultado da reunião do COPOM com exatidão em mais de 70% dos casos e que erra grosseiramente³⁷ em menos de 10% dos casos. Muito mais importante que isso, foi possível realizar a formulação de um algoritmo de gestão da taxa de juros que permitiu comparar o comportamento de cada expectativa como fonte de decisão.

O algoritmo de gestão formulado neste trabalho se mostrou bastante cauteloso e eficaz. Para a expectativa obtida nos futuros de DI, o algoritmo conseguiu sugerir um posicionamento que se mostrou correto em mais de 90% dos casos. Também baseado nessa expectativa, o algoritmo foi capaz de indicar o posicionamento errado em menos de 5% das reuniões analisadas.

Por ser um trabalho inicial, os estudos aqui contidos podem ser expandidos e refinados para uma vasta gama de direções que podem agregar muito mais profundidade e funções aos conceitos apresentados.

³⁶ Ano em que o BACEN passou a divulgar a mediana agregada da expectativa da taxa SELIC de curto prazo.

³⁷ Erros grosseiros são considerados como erros maiores que 0.25% em relação ao COPOM.

7.1 FONTES

Primeiramente seria proveitoso agregar outras fontes às comparações realizadas neste trabalho. Para construir a estrutura a termo da taxa de juros poderiam ser usados diversos outros instrumentos como Títulos Públicos, Swaps com taxas pré-fixadas³⁸, opções, dentre outros. Esses seriam os outros instrumentos que seriam mais adequados à comparação com os contratos futuros de DI pois também refletem as expectativas de mercado considerando também a aversão ao risco de todos os participantes.

A comparação dos contratos futuros de DI negociados na BM&F com o relatório FOCUS demonstra claramente a existência da aversão ao risco, conforme foi discutido anteriormente. Outro problema que dever ser mencionado é a assimetria de informações existente nessa comparação. Está sendo comparado o preço de ajuste do dia anterior ao da divulgação do resultado (quarta-feira) com uma pesquisa divulgada na sexta feira da semana anterior. Do prazo limite do envio das expectativas do COPOM passando pela compilação feita pelo BACEN e divulgação na sexta até o dia anterior ao da divulgação do COPOM correm-se alguns dias nos quais podem surgir informações aos participantes que podem alterar as expectativas do mercado.

O teste do funcionamento deste algoritmo para outras fontes pode se mostrar uma boa maneira de julgar o melhor instrumento no auxílio de decisões acerca das expectativas do resultado do COPOM. Certamente uma análise combinada de vários instrumentos proporcionaria um nível de informações com uma base mais profunda para se avaliar o posicionamento ao longo da curva de juros.

Os Swaps CDIXPré, assim como os contratos futuros de DI, possuem boa liquidez no mercado e provavelmente também forneceriam uma ótima expectativa para a reunião COPOM.

As opções, por sua vez, permitiriam uma análise ainda mais complexa. Por sua característica de retornos assimétricos, seria possível extrair da curva de juros a curva de aversão ao risco do mercado. Esse tipo de instrumento possibilitaria a formulação de uma expectativa que, de fato, pode ser comparada com a expectativa fornecida pelo relatório FOCUS, pois não conteria a aversão de risco do mercado.

³⁸ O swap mais comum negociado em mercado organizado é o SWAP CDIXPré.

Finalmente, constitui um campo de investigação a ser explorado nesse trabalho conceitos que levem em conta também as expectativas futuras para a inflação brasileira dissociada das taxas de descontos pré-fixadas. Ou seja, o algoritmo ajustaria a sua curva, de acordo com correções feitas a partir de distorções encontradas nas expectativas de inflação. Isso também poderia ser utilizado para identificação de arbitragem, como será discutido mais adiante.

7.2 MODELAGEM DO ALGORITMO

A modelagem do algoritmo pode ser refinada, modificada e expandida em diversos pontos, que agregariam profundidade e complexidade ao modelo e à estrutura utilizada.

7.2.1 Ramificações

Primeiramente, a abertura do valor esperado pelo mercado em uma árvore binomial feita para curva de contratos futuros de DI pode ser imensamente refinada. A expectativa negociada no mercado de contratos futuros é fruto das diversas alternativas de decisão de um universo de investidores que não deveriam ser resumidas em **apenas duas ramificações** de uma árvore de decisão. Existem diversas maneiras de criar condições para abrir o valor esperado em mais que dois ramos. Uma sugestão seria parametrizar a abertura da árvore em mais ramos, ponderando as probabilidades também por medidas de volatilidade obtidas nas séries históricas desses contratos.

A utilização de outros derivativos associados ao mesmo ativo com características diferentes (como contratos de Swaps e Opções, por exemplo) auxiliaria na estimação de probabilidade para outros resultados. Contratos de Opções, por exemplo, são derivativos que permitiriam extrair diretamente qual a probabilidade atribuída pelo mercado para cada movimento da taxa de juros. Com poucas manobras matemáticas seria possível abrir essa árvore binomial em mais braços ao analisar opções com diferentes preços de exercício.

7.2.2 Tomada de Decisões

Analisando o algoritmo utilizado podemos utilizar outras informações disponíveis para condicionar a tomada de decisão. Um exemplo seria utilizar as informações de probabilidade contidas na árvore binomial para condicionar a tomada de decisão. Ou seja, quando a

probabilidade atribuída à determinado resultado fosse acima de um patamar determinado o algoritmo tornar-se-ia mais agressivo, ativo e propenso à riscos. Isso obrigaria o algoritmo se posicionar mais vezes (mesmo com as adições feitas para alguns casos específicos, o algoritmo utilizado nesse trabalho ainda se manteve bastante cauteloso e inativo) gerando uma ferramenta de gestão mais agressiva e arriscada.

7.2.3 Tamanho do Posicionamento

Outra dimensão muito importante que poderia ser adicionada ao algoritmo modelado seria a inclusão do tamanho da posição a ser aberta. No algoritmo proposto o resultado se refere sempre à negociação de apenas um contrato futuro. O algoritmo proposto apenas indica a direção do posicionamento a ser adotado e, os riscos envolvidos nesse posicionamento. Esse é o caminho mais lógico a ser adotado na evolução deste método de gestão.

A utilização de alguns dados como probabilidade atribuída à expectativa e volatilidades envolvidas poderia ajudar na determinação do posicionamento a ser adotado. Ou seja, determinando-se um valor que se está sujeito a arriscar o algoritmo tomaria posições maiores ou menores dependendo da certeza que este tem nessa expectativa.

Para modelar um algoritmo desta maneira, diversos outros conceitos e informações deveriam ser utilizados, pois o tamanho da posição é a principal questão a ser debatida depois que se define o direcionamento a ser adotado. Existe toda uma teoria a respeito de risco e retorno que deve ser considerada (*value at risk*, por exemplo) para modelar adequadamente o posicionamento a ser adotado.

7.2.4 Preço de abertura da posição

Uma questão quer viria imediatamente à tona quando a dimensão de tamanho de posicionamento passar a ser tratada é o preço de abertura da posição. Isso também pode ser melhorado mesmo no algoritmo inicial. Utilizar as cotações *intra-day* do contrato nas análises do algoritmo melhoraria a sua capacidade de avaliar se a o ativo está caro ou barato.

Para a dimensão de tamanho do posicionamento o tratamento desse problema ajudaria a questão da liquidez do contrato. No nosso modelo, utilizamos como preço de abertura de posição o ajuste dos contratos futuros de DI. Conforme as regras de negociação da BM&F, comprar ou

vender apenas **um** contrato no preço de ajuste é perfeitamente factível durante o *call* de fechamento do contrato. O mesmo pode não ser verdade para posições muito maiores.

Embora o contrato curto seja extremamente líquido nas vésperas da divulgação do resultado do COPOM, não é necessariamente possível abrir posições consideráveis ao preço de ajuste do contrato. Nessa abordagem devem ser criados mecanismos para avaliar o preço que o contrato está sendo negociado.

7.2.5 Modelos de Arbitragem

Outro enfoque que poderia ser utilizado nessa estrutura montada para gerenciar as expectativas do COPOM seria encontrar oportunidades de arbitragem.

Ou seja, poderia se utilizar a expectativa média encontrada nos contratos futuros de DI pela maneira descrita neste trabalho e compará-la com a expectativa média fornecida por outros instrumentos com menor liquidez, por exemplo. Opções de DI, por exemplo são contratos com liquidez menor e isso pode ser uma oportunidade a ser aproveitada.

Nesse cenário, diversos outros riscos devem ser considerados. Custos transacionais devem entrar necessariamente nesses cálculos, pois oportunidades de arbitragem, quando existem, aparecem por períodos pequenos e com *spread* relativamente baixo, onde custos de corretagem e impostos podem fazer muita diferença.

Como dito anteriormente, outros tipos de derivativos com menor liquidez podem ser aproveitados mas também podem incorrer em outros riscos não desejados que dificilmente podem ser neutralizados. Contratos de balcão, por exemplo, por sua liquidez menor, podem oferecer oportunidades atraentes. No entanto, esse tipo de contrato pode oferecer um risco de contraparte que dificilmente é contornável.

7.3 PRAZO

Em relação às ferramentas contidas neste trabalho, o tópico a ser expandido que é mais promissor e difícil está no aumento do horizonte de análise para prazos maiores que uma reunião do COPOM. A modelagem da Estrutura a Termo da Taxa de Juros apresenta um número

infinitamente superior de variáveis que necessitariam de um arcabouço de conceitos muito mais complexo para resolução deste problema.

Para a resolução deste problema existem todos os modelos teóricos estudados ao longo da revisão bibliográfica deste trabalho. Os modelos mais avançados contemplam diversas das sugestões contidas nesta seção. O modelo de Black-Dherman-Toy, por exemplo, caracteriza a estrutura a termo da taxa de juros como uma imensa árvore de probabilidades.

Por sua complexidade, conforme Prado (2004), os modelos mais avançados de modelagem de taxa de juros ainda não foram totalmente aplicados ao caso brasileiro. A verificação da aplicabilidade e funcionamento desses modelos para o mercado brasileiro seria muito interessante e agregaria um enorme valor aos estudos da ETTJ no Brasil.

7.4 CONSIDERAÇÕES FINAIS

O modelo proposto não é um modelo revolucionário ou inédito. De acordo com a pesquisa feita por este autor, grande parte do mercado precifica exatamente da mesma maneira as expectativas de curto prazo acerca das reuniões do COPOM. Todas as mesas de bancos, gestoras e corretoras consultadas utilizavam a estrutura *flat forward* modificada proposta ao longo deste trabalho. As fontes consultadas utilizam essa modelagem para analisar a expectativa negociada no mercado e avaliar, de acordo com modelos e procedimentos próprios, o posicionamento a ser adotado.

No entanto, foi possível observar também que este tipo de abordagem não se estende para o longo prazo. A partir daí, modelos menos sofisticados e mais simples são utilizados. As mesas de operações consultadas utilizavam basicamente variações de *splines* para obter a ETTJ brasileira. Os departamentos de estudos macroeconômicos consultados, por sua vez, utilizavam em sua maioria modelos mais sofisticados como os modelos teóricos propostos na seção 4.1.4 deste trabalho. Essa abordagem, no entanto, não consegue explicar as taxas, de fato, observadas (como já foi discutido anteriormente).

A abordagem proposta nesse trabalho é muito utilizada na análise da estrutura a termo de outras economias. Os terminais Bloomberg de notícias, por exemplo, possuem seções que se prestam a analisar de acordo com alguns modelos a estrutura a termo da taxa de juros americana.

Analisando o mercado de títulos do tesouro americano, por exemplo, é possível montar no terminal de notícias Bloomberg, através de alguns modelos, uma árvore binomial a respeito das expectativas do resultado do FOMC³⁹ para vários meses. É possível também expandir a árvore binomial em mais de dois galhos levando em consideração a volatilidade implícita na precificação das opções, conforme proposto nas discussões anteriores deste trabalho.

Conforme foi dito anteriormente, modelos deste tipo ainda não foram aplicados de forma mais profunda para a economia brasileira e, obviamente, não estão disponíveis nos terminais Bloomberg para expectativas do COPOM.

É possível notar que as melhorias propostas à estrutura desenhada nesse trabalho podem ser úteis e importantes para o estudo da ETTJ brasileira, uma vez que para as curvas de juros de outras economias esses tipos de análises são bastante populares. O modelo estruturado ao longo deste trabalho contribuiu para ajudar na precificação de contratos futuros curtos de DI no local onde foi realizado o estágio. Foi desenvolvida uma planilha e uma forma de modelagem bastante interessante que contribui de forma decisiva no entendimento e análise das expectativas negociadas no mercado.

O presente trabalho conseguiu atingir seu objetivo de contribuir para o entendimento da dinâmica da estrutura a termo da taxa de juros de uma economia e modelar, ainda que de forma simples, uma ferramenta de gestão instrumentos afetados diretamente por esta estrutura. A ferramenta de gestão elaborada se mostrou bastante consistente e eficiente. O modelo proposto ainda permite aperfeiçoamentos e expansões para diversas direções, abrindo espaço para novos estudos.

³⁹ Federal Open Market Committee(FOMC) é o equivalente ao COPOM, no Brasil. É esse comitê que vai definir a meta para o Fed Funds Rate (taxa equivalente à SELIC).

8 REFERÊNCIAS BIBLIOGRÁFICAS

ADAMS, K. and DEVENTER, D. R. V. **Fitting Yield Curves and Forward Rate Curves with Maximum Smoothness**. Journal of Fixed Income, v. 4, n. 1, p. 52-62, Jun. 1994.

Disponível em:

<<http://www.kamakuraco.com/Portals/0/doclibrary/KCP15.pdf>> Acesso em: 29 ago. 2009.

ALMEIDA, C. I. R. **Time-varying risk premium in emerging markets: explanation by a multi-factor affine term structure model**. International Journal of Theoretical and Applied Finance, New York, v. 7, n. 7, p 919-947, Nov. 2004.

ALMEIDA, C. I. R. **Estimação, teste e aplicações em mercados emergentes: A estrutura a termo da taxa de juros**. 2001. 109 p. Tese (Doutorado) – Pontifícia Universidade Católica do Rio de Janeiro. Rio de Janeiro, 2001.

ANDERSON, N.; BREEDON, F.; DEACON, M., DERRY, A. and MURPHY, G. **Estimating and interpreting the yield curve**. New York: John Wiley & Sons, 1996. 236 p.

BALBINOTTO NETO, Giacomio . **Notas de Aula de Economia Monetária I (v. 2004)**. (Desenvolvimento de material didático ou instrucional - Apostila para o Curso de Economia Monetária I).2004

BACEN, Banco Central do Brasil . **Nota técnica da circular 2972** em www.bcb.gov.br. 2000

BACEN, Banco Central do Brasil . **Circular 3297** em <https://www3.bcb.gov.br/normativo/detalharNormativo.do?method=detalharNormativo&N=105290141>. 2004

BARBOSA, R. A., **As Surpresas na Política Monetária e suas Implicações na Estrutura a Termo de Juros – O Caso Brasileiro**. Dissertação de Mestrado em Finanças e Economia de Empresas, Escola de Economia de São Paulo, Fundação Getúlio Vargas. 2008.

BARCINSKI, A. **Risco da taxa de juros e a dívida pública federal no Brasil pós-real**. 105 p. Dissertação (Mestrado) – Departamento de Economia, Pontifícia Universidade Católica do Rio de Janeiro. Rio de Janeiro, 1998.

BLACK, F.; DERMAN, E. and TOY, W. **A One-Factor Model of Interest Rates and Its Application to Treasury Bond Options**. Financial Analysts Journal, Charlottesville, v.46, n. 1, p 16-23, Jan./Feb. 1990.

BLANCHARD, O. **MACROECONOMIA Teoria e Política Econômica**. 2. ed. Rio de Janeiro: Campus, 2001. 656 p.

BROWN, R. e S. SCHAEFER **Why Long Term Forward Interest Rates (Almost) Always Slope Downwards**. Mimeo. 2000

BURDEN, R. L., FAIRES D. J. **Numerical Analysis**, Cengage Learning, 2004. 864p

CAMPBELL, J. Y. **Some lessons from the yield curve**. Journal of Economic Perspectives, Cambridge, MA, v. 9, n. 3, p. 129-152, Summer 1995.

CARVALHO, F. J. C. **Economia monetária e financeira: teoria e política**. Rio de Janeiro: Campus, 2000. 408p.

CARVALHO, J. L. **A Estrutura Temporal das Taxas de Juros no Brasil**. Departamento de Ciências Econômicas, Universidade Federal de Santa Catarina, 2005.

CETIP, Central de Custódia e de Liquidação Financeira de Títulos. Critério de Cálculo para Apuração de estatísticas em http://www.cetip.com.br/astec/di_documentos/metodologia1_i1.htm.

CHAMBERS, D.; CARLETON, W., WALDMAN, D, **A New Approach to Estimation of the Term Structure of Interest Rates**, Journal of Financial and Quantitative Analysis, 19 no. 3, 233-52, 1984

Contratos BM&F- Especificações do Contrato Futuro de Taxa Média de Depósitos Interfinanceiros de Um Dia. Disponível em:

<http://www.BM&F.com.br/portal/pages/frame_home.asp?idioma=1&link=/portal/pages/contratos1/Financeiros/PDF/DIfuturo.pdf> Acesso em: 20 jul. 2009.

COLEMAN, T.; FISCHER, L. and IBBOTSON, R. **Estimating the term structure of interest rates from data that include the prices of coupon bonds.** The Journal of Fixed Income, p. 85-116, Sep. 1992.

COX, J. C.; INGERSOLL, J. E.; ROSS S. A. **A reexamination of traditional hypotheses about the term structure of interest rates.** Journal of Finance, New York, v. 36, n. 4, p. 769-799, Sep. 1981.

COX, J. C.; INGERSOLL, J. E.; ROSS S. A. **A theory of the term structure of interest rates.** Econometrica, v. 53, p. 385-407, 1985.

CULBERTSON, J. **The Term Structure of Interest Rates.** Quarterly Journal of Economics, 71, 485-517, 1957.

DUFFIE, D.; KAN, R. **A Yield Factor Model of Interest Rates.** Mathematical Finance, v. 6, p. 379-406, 1996.

FISHER, I. **Appreciation and interest.** Publications of the American Economic Association, 11:21-29, 1896.

FISHER, M.; NYCHKA, D., and ZERVOS, D. **Fitting the term structure of interest rates with smoothing splines.** Federal Reserve Bank, Finance and Economic Discussion Paper 95-1, Jan. 1995.

FRALETTI, P. B. **Ensaio sobre taxa de juros em reais e sua aplicação na análise financeira.** 160p. Tese (Doutorado) – Universidade de São Paulo. São Paulo, 2004.

FRANKEL, JEFFREY A. **Quantifying International Capital Mobility in the 1980's**. National Saving and Economic Performance, National Bureau of Economic Research, The University of Chicago Press, Chicago, 1991.

GARCIA, M. G. P. **A Macroeconomia do Dólar Futuro**. Resenha BM&F, 118 p. 37-45, 1997.

GARCIA, M. G. P., CHRITTY, D. e MEDEIROS, M. **Tendenciosidade do Mercado Futuro de Câmbio: Risco Cambial ou Erros Sistemáticos de Previsão?**. Departamento de Economia, Pontifícia Universidade Católica do Rio de Janeiro, Rio de Janeiro, 2006.

GARCIA, M. G. P., DIDIER, T. **Taxa de juros, risco cambial e risco Brasil**. Pontifícia Universidade Católica do Rio de Janeiro. Rio de Janeiro, 2001.

HEATH, D.; JARROW, R. A.; MORTON, A. **Bond Pricing and the Term Structure of Interest Rates: A New Methodology for Contingent Claims Valuation**. *Econometrica*, v. 60, n. 1, p. 77-105, 1992.

HICKS, J. R.; **Value and Capital: An Inquiry into Some Fundamental Principles of Economic Theory**. 2. ed. Oxford: Oxford University Press. 1946.

HULL, JOHN C. **Options, Futures, & Other Derivatives**. 3. ed. New Jersey: Prentice Hall, 1997. 572 p.

KEYNES, J. M. **The General Theory of Employment, Interest and Money**. Royal Economic Society, Cambridge: Macmillan Cambridge University Press. 1936.

LUTZ, F. **Structure of Interest Rates**. *Quarterly Journal of Economics* (1941):36-63.

MALTZ, A.. **Estimation of zero coupon curves in Datametrics**, em RiskMetrics Journal, www.riskmetrics.com. 2002

MACAULAY, F., **Some Theoretical Problems Suggested by the Movement of Interest Rates, Bond Yields, and Stock Prices in the U.S. Since 1856**, National Bureau of Economic Research, New York NY, 1938.

MCCULLOCH, J. **Measuring The Term Structure of Interest Rates**. Journal of Business v. 44, n. 1, p. 19-31, Jan. 1971.

NELSON, C.R.; SIEGEL, A.F. **Parsimonious modeling of yield curves**. Journal of Business, New York, v. 60, n. 4, p.473–489, 1987.

POIRIER, D. **Piecewise regression using cubic spline**. Journal of the American Statistical Association, v 68, n. 343, p. 515-524, 1973.

PRADO, M. E. M. A. **Uma análise empírica para a estrutura a termo da taxa de juros brasileira: usando o algoritmo do filtro de Kalman para estimar os modelos de Vasicek e Cox, Ingersoll e Ross**. Dissertação (Mestrado) – Departamento de Economia, Pontifícia Universidade Católica do Rio de Janeiro. Rio de Janeiro, 2004.

RATTUS,, P. H. **Matemática financeira básica**. Editora Campus. 1ª Edição. Rio de Janeiro. 2006.

ROSSI, J.W., **A Estrutura a Termo da Taxa de Juros: Uma Síntese**, Texto para Discussao Nº 447 , Instituto de Pesquisa Econômica Aplicada , IPEA, Rio de Janeiro. 1996

SOUSA, L. G. , **Ensaio de Economia**, Editora EumedNet. Edição digital com texto completo acessível em www.eumed.net/cursecon/libreria/. 2004.

SUEN, A. S., KIMURA, H., NONAKA P. K. , **A Utilização do Modelo da Duration na Administração do Risco de Taxas de Juros em Carteiras de Renda Fixa em Bancos Brasileiros** Caderno de Pesquisas em Administração – Programa de Pós Graduação em Administração da FEA/USP. 1997

SVENSSON, L. E. **Estimating and interpreting forward interest rates.** Sweden, NBER Working Paper No. 4871, Cambridge: Mass, 1994.

VASICEK, O. A. FONG, H. G. ,**Term Structure Modeling Using Exponential Splines,** Journal of Finance 37, 339-348, 1982

VASICEK, O. **An equilibrium characterization of the term structure,** Journal of Financial Economics v. 5, p. 177-88, 1977.

VARGA, G. e DUARTE, J. R. **Interpolação por Cubic Spline para a Estrutura a Termo Brasileira.** Gestão de Riscos no Brasil. Rio de Janeiro: Financial Consultoria Editora, 2003, v. 1, p. 207-216.

VARGA, G. **Teste de modelos estatísticos para a estrutura a termo no brasil.** XXIX Encontro da Associação Nacional de Pós-Graduação e Pesquisa em Administração, 2005.

VARGA, G. **Teste de Modelos de Ajuste da Estrutura a Termo no Brasil.** Anais do VI Encontro da Sociedade Brasileira de Finanças, pp. 62-85, 2006

ANEXO

9 ANEXO